BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ

Un Modelo de Equilibrio General con Dolarización para la Economía Peruana

Paul Castillo*, Carlos Montoro* y Vicente Tuesta**

* Banco Central de Reserva del Perú
** Investigación elaborada durante afiliación al BCRP. Afiliación actual: Deutsche Bank.

DT. N° 2009-003
Serie de Documentos de Trabajo
Working Paper series
Marzo 2009

Un Modelo de Equilibrio General con Dolarización para la Economía Peruana*

Paul Castillo, Carlos Montoro[†]y Vicente Tuesta[‡]
Banco Central de Reserva del Perú (BCRP)

Marzo 2009

Resumen

En este documento se desarrolla un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico calibrado para la economía peruana que puede ser usado para el diseño y análisis de política monetaria. El modelo incluye una segunda moneda que reemplaza parcialmente a la moneda doméstica en sus funciones de unidad de cuenta, medio de pago y reserva de valor; fenómeno que es conocido en la literatura económica como dolarización parcial. Se incluyen además rigideces reales, nominales y financieras para poder replicar algunas regularidades empíricas de los datos macroeconómicos peruanos. El modelo reproduce relativamente bien los principales hechos estilizados de la economía peruana. Se muestra además cómo la dolarización reduce la potencia de la política monetaria para afectar el producto y aumenta la vulnerabilidad de la actividad económica a choques externos. Asimismo, se realizan experimentos que muestran la importancia de la credibilidad en el manejo de las expectativas del sector privado para evitar fluctuaciones o desvíos en la inflación.

Palabras Clave: Modelos de Equilibrio General, Dolarización Parcial, Perú.
Clasificación *JEL:* F31;F32;F41; C11.

*Este proyecto se ha beneficiado por los comentarios recibidos de los participantes en diversos seminarios en el BCRP, Encuentro de Economistas 2006 y 2007, la reunión del "Computational Economics, Montreal 2007", la conferencia de LACEA en Mexico 2006, el el seminario "Central Bank Macroeconomic Modeling" organizado por el Banco Central de Chile, el "2nd Monetary Policy Research Workshop in Latin America and the Caribbean" organizado por el Banco Central de Reserva del Perú y el CCBS del Banco de Inglaterra. Agradecemos también a Adrián Armas, David Florian, Alberto Humala, Robert Kollman, Simon Potter, Gabriel Rodriguez, Marco Vega, David Vavra por sus sugerencias y comentarios en versiones preliminares del documento. En particular, los autores están en deuda con Jean-Marc Natal del Swiss National Bank por sus valiosas sugerencias y comentarios durante su visita al BCRP.

[†]Enviar sugerencias a Carlos Montoro, correo electrónico: carlos.montoro@bcrp.gob.pe
[‡]Deutsche Bank.

1 Introducción

Una característica particular de economías con historia de inflación alta es el persistente uso parcial de moneda extranjera por parte de los agentes domésticos. Esta característica, conocida en la literatura económica como dolarización parcial, se encuentra presente en dichas economías aun después de haber mantenido inflaciones bajas y estables por varios años. La dolarización parcial es definida como el reemplazo parcial de las funciones básicas de la moneda doméstica por una moneda extranjera (e.g. dólares americanos). En este contexto, la dolarización parcial puede ser clasificada en tres tipos: a) dolarización de transacciones, tambien conocida como sustitución monetaria, en cuyo caso los dólares son aceptados cómo medio de pago; b) dolarización de precios, en la cuál los precios estan indexados a variaciones en el tipo de cambio; y c) dolarización financiera, en la cuál los dólares se usan como reserva de valor.

Recientemente, varios documentos han usado modelos de equilibrio general dinámicos y estocásticos (MEGDE) para estudiar las implicancias de las diferentes formas de dolarización parcial en los mecanismos de transmisión de la política monetaria. Los MEGDE son útiles para estudiar este aspecto, pues hacen explicitos los mecanismos detrás de la dolarización. Sin embargo, a pesar de la importancia de dolarización parcial para economías emergentes, la literatura todavía no ha presentado un marco conceptual de estudio de las consecuencias de los diferentes tipos de dolarización. Así, este documento trata de contribuir en esta linea modelando un MEGDE de una economía pequeña y abierta con los tres tipos de dolarización. En particular, se presenta un modelo de escala mediana diseñado para replicar las principales características de la economía peruana –entre ellas la dolarización parcial- que puede ser utilizado para hacer análisis de política.

El estudio de la dolarización parcial en MEGDE ofrece una serie de ventajas. Primero, son adecuados para hacer ejercicios de simulación de política pues son robustos a la crítica de Lucas (1976), al partir de fundamentos macroeconómicos para modelar el comportamiento agregado de la economía. Segundo, la racionalidad individual que subyace el comportamiento agregado permite analizar el impacto en la economía ante cambios en las expectativas de los agentes privados sobre los compromisos del banco central. Tercero, permiten incorporar una serie de fricciones en el modelo de forma consistente, por ejemplo: la existencia de información incompleta, segmentación de mercados de créditos, aprendizaje

en los consumidores e inversionistas, costos de búsqueda en los mercados de trabajo, entre otros. Finalmente, y no por ello menos importante, existe evidencia empírica reciente que muestra que los modelos MEGDE tienen una igual o mejor capacidad para realizar pronósticos que los modelos en forma reducida, como son por ejemplo los modelos de tipo de vectores autoregresivos (VAR)[1].

Asimismo, la flexibilidad de estos modelos permite responder un amplio rango de preguntas de interés para el banco central, tales como el rol de las fricciones financieras en los mecanismos de transmisión (por ejemplo, ¿cuáles son los efectos en la prima por riesgo por exceso de endeudamiento?, ¿cuáles son los efectos de los limitantes de acceso al crédito?), el rol de las fricciones en el mercado laboral (por ejemplo, ¿cuáles son los efectos de falta de flexibilización laboral?, ¿cuáles son los efectos del ajuste lento de salarios nominales?), efectos de los movimientos en los precios relativos (por ejemplo, ¿qué sucede cuando existen cambios en los términos de intercambio o en el tipo de cambio real?), implicancias agregadas de choques específicos a un sector, (por ejemplo, ¿cuáles son las diferencias entre un aumento de productividad en el sector transable con el sector no transable?), entre otros. Adicionalmente, la mayor estructura ayuda a descomponer los efectos de las fluctuaciones macroeconómicas por fuente de choques (por ejemplo, ¿la inflación de los últimos años se ha generado por choques de oferta o de demanda?).

Entre los diferentes estudios que analizan la dolarización parcial en MEDGE, tenemos a Cespedes y otros (2004) y Gertler y otros (2007) que estudian las implicancias de la dolarización financiera introduciendo el mecanismo del acelerador financiero en un modelo de economía pequeña y abierta. Su principal resultado es que una política de tipo de cambio fijo puede exacerbar problemas finacieros porque obliga a las autoridades monetarias a subir tasas de interés durante episodios de contracción. Castillo (2006), Felices y Tuesta (2006), y Batini y otros (2006) analizan el rol de la dolarización de transacciones en MEDGEs. Ellos muestran cómo en este contexto es más difícil para un banco central estabilizar a la vez la inflación y la brecha de producto[2]. Respecto a la dolarización de precios,

[1] Por ejemplo, recientemente Smets y Wouters (2003, 2007) muestran, utilizando técnicas bayesianas, que los modelos estructurales dinámicos NK tienen un mejor o igual desempeño que los modelos VAR. Ver también Christiano, Eichenbaum y Evans (2005).

[2] Castillo (2006) y Felices y Tuesta (2006) construyen un modelo de economía pequeña y abierta con sustitución monetaria y muestran las limitaciones del banco central. Batini y otros (2006) analizan las condiciones de determinación del equilibrio de expectativas racionales bajo reglas de política monetaria de

Castillo y Montoro (2004), e Ize y Parrado (2005) analizan el vinculo entre dolarización de precios y dolarización financiera. Mas recientemente, Castillo (2006b) estudia los efectos de la dolarización de precios en economías con rigideces de precios y choques especificos a sectores[3].

En este documento se desarrollan algunos experimentos que muestran las características del modelo y su utilidad para el análisis de política. Por ejemplo, se analiza cómo el banco central puede manejar las expectativas privadas bajo políticas creíbles y cómo las mismas pueden generar situaciones indeseadas cuando las decisiones no son creíbles. Asimismo, se muestra cómo se transmiten los choques de política monetaria, qué implicancias tienen en términos de la persistencia de la inflación y sus efectos sobre la actividad económica. También se muestra cómo se comportaría la economía peruana ante un choque apreciatorio, qué canales se activan y cuáles predominan bajo este escenario.

El documento tiene la estructura descrita a continuación. En la siguiente sección se resumen los ingredientes del modelo de manera no técnica y se resaltan las principales implicancias en términos de política monetaria. En la sección 3 se detalla el modelo partiendo del problema microeconómico de los agentes económicos, y se presentan las condiciones de equilibrio y de agregación del mismo. En la sección 4 se calculan estadísticos de los datos, los cuales se comparan con los simulados por el modelo. En la sección 5 se realizan algunos experimentos de política que muestran cómo el modelo puede ser utilizado para evaluar diferentes escenarios de política monetaria. En la última sección se concluye resaltando la agenda futura.

Se presentan además dos apéndices técnicos complementarios. El apéndice A resume las relaciones económicas en forma de ecuaciones lineales, que son necesarias para hacer análisis de política utilizando el modelo. El apéndice B muestra con mayor detalle las derivaciones de las relaciones de equilibrio de la sección 3 conjuntamente con la derivación del estado estacionario del modelo. Para el lector interesado en conocer la intuición del modelo y las relaciones económicas del mismo se recomienda revisar la sección 2 conjuntamente con

tasa de interés en economías con sustitución monetaria. Ellos encuentran que las condiciones para que un equilibrio de expectativas se encuentre determinado son más difíciles de cumplir cuando la dolarización de transacciones se encuentra presente.

[3]Cabe mencionar que no estamos al tanto de ningún trabajo formal que compare MEDGEs con diferentes formas de dolarización parcial. Sin embargo, Tovar (2005, 2006) y Elekdag y otros (2006) han evaluado recientemente el rol de los efectos de hoja de balance pare economías emergentes

el apéndice A. Un lector interesado en las derivaciones económicas que están detrás del modelo encontrará de importancia la lectura de la sección 3 conjuntamente con el apéndice B.

2 Elementos y Supuestos Claves del Modelo

2.1 Aspectos Generales

El modelo contiene varias características especiales para replicar los principales hechos estilizados de la economía peruana, las cuales están ligadas a la estructura de la economía en referencia. Así por ejemplo, en el modelo se permite que las familias y las empresas utilicen dos monedas, el sol y el dólar, para realizar transacciones, fijar precios y endeudarse. De esta manera se considera el alto grado de dolarización de la economía peruana. Asimismo, las empresas, cuando se endeudan, pagan una tasa de interés superior a la que fija el banco central, una característica típica de mercados financieros poco desarrollados y poco profundos como el peruano. Igualmente, se permite que los salarios reales se desvíen de su equilibrio competitivo, de esta manera se toma en cuenta la existencia de desempleo y una baja respuesta de los salarios reales a fluctuaciones de demanda agregada, también características observables en la economía peruana.

Además de las características antes mencionadas, el modelo permite flujos de bienes, servicios y activos financieros entre agentes domésticos y externos, propios de economías abiertas. Estos flujos explican la dinámica de la balanza de pagos y de la deuda externa en el modelo. Se asume también que las condiciones internas de la economía peruana no tienen efecto sobre la economía mundial, supuesto consistente con el tamaño relativo de la economía peruana respecto al resto del mundo. Todas estas características dentro del modelo tienen implicancias para el diseño de política monetaria y su mecanismo de transmisión, que a continuación se resumen.

2.2 La Política Monetaria y su Mecanismo de Transmisión

Siguiendo los avances recientes alcanzados en el desarrollo de modelos para el análisis de política monetaria, el rol de ésta en el modelo se sustenta en la existencia de: a) dinero, b) competencia monopolística en el mercado de bienes finales, y c) rigideces al ajuste

de precios. La presencia de dinero en el modelo es fundamental porque permite que los precios se fijen en términos de unidades monetarias. Sin embargo, a diferencia de otros modelos de equilibrio general, en este modelo existen dos formas de dinero fiduciario: el sol y el dólar. De esta manera, se considera el hecho de que en la economía peruana una parte de la fijación de precios, las transacciones y la intermediación financiera se realizan utilizando dólares. De otro lado, la existencia de competencia monopolística permite que en el modelo las empresas fijen precios, y no sean tomadoras de precios como en el caso del modelo neoclásico. En este caso el precio óptimo de las empresas es proporcional a sus costos marginales, los que a su vez dependen de los salarios, la productividad, el costo del capital, los términos de intercambio, y la tasa de interés real, entre otros factores. El tercer elemento, la existencia de rigideces de precios, implica que las empresas no pueden cambiar precios todos los periodos sin incurrir en costos. Por lo tanto, cuando éstas fijan precios deben considerar no sólo los costos marginales actuales sino también los esperados para futuros periodos.

La combinación de competencia monopolística y rigideces de precios, determinan en el modelo la curva de Oferta Agregada (o también llamada curva de Phillips) para los precios domésticos, la misma que relaciona la dinámica de la inflación doméstica a tres factores: a) expectativas de inflación, b) costos marginales y c) choques de costos no asociados a presiones de demanda. En el modelo existen principalmente cuatro canales de transmisión de la política monetaria a la inflación y a la actividad económica: la tasa de interés, las expectativas, el acelerador financiero y el desplazamiento del gasto.

La política monetaria en el modelo afecta directamente el consumo y la inversión a través del control de la tasa de interés, y mediante estos efectos en la demanda agregada se consigue el control de la inflación. En el modelo la política monetaria se implementa mediante una regla de tasa de interés, que resume las preferencias del banco central por evitar los costos asociados a la inflación, la dolarización y las fluctuaciones en la tasa de interés. Esta regla evoluciona de acuerdo con el estado de la economía, que para el banco central se determinan por: a) la inflación esperada respecto a la meta de inflación, b) presiones de demanda, medidas por el nivel de actividad económica y c) variaciones en el tipo de cambio. Asimismo, se considera también que la regla de tasa de interés es altamente persistente, consistente con el comportamiento observado en la mayoría de

bancos centrales.

En el modelo las expectativas sobre el comportamiento futuro de la autoridad monetaria y las variables macroeconómicas son importantes en el mecanismo de transmisión de la política monetaria. En el modelo la tasa de interés relevante para las decisiones de consumo e inversión es la tasa de interés de largo plazo, la misma que se determina en función de los aumentos esperados de la tasa de interés de corto plazo. Así, si se espera que el incremento en la tasa de interés de corto plazo sea persistente su impacto sobre la demanda agregada será mayor. Igualmente, el consumo y la inversión dependen del nivel esperado futuro de demanda agregada y de la productividad futura del capital, variables que también están relacionadas al comportamiento futuro del banco central. Esta característica del modelo lo convierte en una herramienta útil para analizar las implicancias macroeconómicas de mejoras en la credibilidad del banco central, y desviaciones en las expectativas de los agentes. La predictibilidad de la política monetaria en el modelo es fundamental. Si el banco central no reacciona de manera predecible al estado de la economía, no es posible que las expectativas futuras de inflación de los agentes se centren alrededor del nivel de inflación consistente con la meta del banco central.

Además del canal de tasas de interés y el de expectativas, en el modelo se consideran otros canales de transmisión de la política monetaria, como el acelerador financiero. Dicho bloque sigue de cerca los trabajos de Gertler y otros (2007) y de Deveraux y otros (2006). En estos modelos, las empresas se endeudan con el sistema financiero para financiar inversión pagando una prima por riesgo que depende de su grado de apalancamiento. Aquellas empresas que estén altamente endeudadas deberán pagar una prima por riesgo mayor que aquellas que no lo están. En este caso, el impacto de la política monetaria se amplifica porque el banco central también afecta la prima por riesgo. Así, un incremento de las tasas de interés reduce el valor de los activos de las empresas y deteriora su flujo de caja, ambos factores incrementan la prima por riesgo amplificando y haciendo más persistente el impacto de los choques monetarios en la economía.

En el modelo, el canal del acelerador financiero tiene una característica adicional, la dolarización financiera. El modelo considera que una parte de las deudas de las empresas se encuentra denominada en dólares, por lo tanto, ese mecanismo se activa también por fluctuaciones en el tipo de cambio. En este caso, un aumento en el tipo de cambio,

incrementa el valor real de las deudas de las empresas y consecuentemente sus niveles de riesgo. Esto lleva a los bancos a cobrar una prima por riesgo mayor, incrementando el costo de la inversión. En el modelo, la existencia de dolarización financiera debilita el canal de transmisión de tasas de interés de la política monetaria, pero amplifica el rol de los choques externos y el tipo de cambio. Este resultado es consistente con la evidencia empírica que muestra que las economías con dolarización financiera son más vulnerables a choques financieros[4].

El otro canal de transmisión de política monetaria presente en el modelo es el canal de desplazamiento del gasto, a través del cual la tasa de interés afecta el tipo de cambio real. El tipo de cambio real, a su vez, determina la composición de la demanda agregada entre demanda por bienes producidos domésticamente y bienes importados. Cuando el tipo de cambio real se reduce (consistente con una política monetaria contractiva), los bienes nacionales se vuelven más caros y por lo tanto, las importaciones aumentan y las exportaciones se reducen.

2.3 Los Potenciales Usos del Modelo

Por sus características de diseño, tales cómo micro-fundamentos, dinámica, incertidumbre y expectativas racionales, un principal uso del modelo es la evaluación de medidas de política monetaria, en particular el análisis de los efectos de distintas reglas de política monetaria sobre el bienestar del agente representativo. Así por ejemplo, se puede evaluar la conveniencia de que el banco central reaccione menos a los cambios en el tipo de cambio o la conveniencia de hacer más fuerte la reacción del banco central a la inflación. Un segundo uso es la producción de pronósticos no sólo para la inflación sino también de otras variables macroeconómicas, como consumo, inversión, tipo de cambio real, la balanza comercial, la deuda externa entre otros.

Un tercer uso potencial del modelo consiste en la estimación de variables no observables como la tasa natural de interés[5], el producto potencial, el tipo de cambio real de equi-

[4]Por ejemplo, Levy-Yeyati (2005) encuentra que las depreciaciones hacen más probable una crisis a medida que la dolarización financiera aumenta. Por su parte, Domac y Martinez Peria (2003) señalan que la dolarización de pasivos, el ratio de pasivos con extranjeros respecto a activos locales, esta correlacionada positivamente con la probabilidad de una crisis sistémica

[5]Siguiendo la definición de Wicksell (1898), la tasa natural de interés es la tasa de interés real consistente con la estabilidad de precios.

librio y la tasa natural de desempleo para la economía peruana. La ventaja principal del modelo en la estimación de estas variables es su capacidad para estimar todas ellas de forma simultánea. De esta manera, la proyección de tasa natural de interés en el modelo sería consistente con la proyección del producto potencial y el tipo de cambio real de equilibrio. Finalmente, el modelo también puede utilizarse para evaluar el impacto de medidas de política económica en el largo plazo. Como se mencionó anteriormente, se toma como base el modelo de crecimiento neoclásico el cual es aumentado con varios ingredientes para replicar varias características de la economía peruana. Por lo tanto, el estado-estacionario del modelo permite analizar las implicancias de políticas tales como: reducción de aranceles, cambios en niveles de impuestos, mayor desarrollo del mercado financiero, mayor competencia en el mercado de bienes, entre otros.

3 El MODELO

El modelo parte de una economía pequeña y abierta con dinero y rigideces nominales de precios, en línea con las contribuciones de Obstfeld y Rogoff (1995), Chari y otros (2002), Gali y Monacelli (2005), Christiano y otros (2005), Deveraux y otros (2006) y más autores. Para mantener el concepto de equilibrio general, el modelo base parte de una economía de dos países (H: doméstica y F: externa). Se obtiene la economía pequeña asumiendo que el tamaño de la economía doméstica tiende a cero en el límite de tal forma que no pueda afectar a la economía externa o mundial[6]. Por simplicidad se presenta primero el modelo base en el cual no se incluye la dolarización. Al final de esta sección se desarrollan las extensiones asociadas a tres tipos de dolarización: de transacciones, de precios y financiera, y se incorporan los efectos en el tipo de cambio de la intervención por parte de la autoridad monetaria en el mercado cambiario.

La figura 1 resume el diagrama de flujos del modelo. En él existen individuos, firmas y empresarios. Los individuos realizan las decisiones de consumo y trabajo, las firmas producen y los empresarios acumulan el capital. También existe un sector financiero doméstico, un sector externo y el sector gobierno asociado a las políticas fiscal y monetaria.

Los **individuos o familias** consumen dos bienes transables. Estos bienes son sustitutos imperfectos y son producidos domésticamente o importados. A su vez, ellos reciben ingresos provenientes de las horas trabajadas en las firmas y de la participación en los beneficios de las firmas. Asimismo, los individuos ahorran comprando bonos en el sistema financiero doméstico o externo.

[6] De Paoli (2009), Castillo, Montoro y Tuesta (2006) y Felices y Tuesta (2007) adoptan la misma estrategia para analizar temas de política monetaria en economías pequeñas y abiertas. Por su parte, Galí y Monacelli (2005) modelan la economía pequeña y abierta considerando una economía mundial determinada por un continuo de economías pequeñas y abiertas.

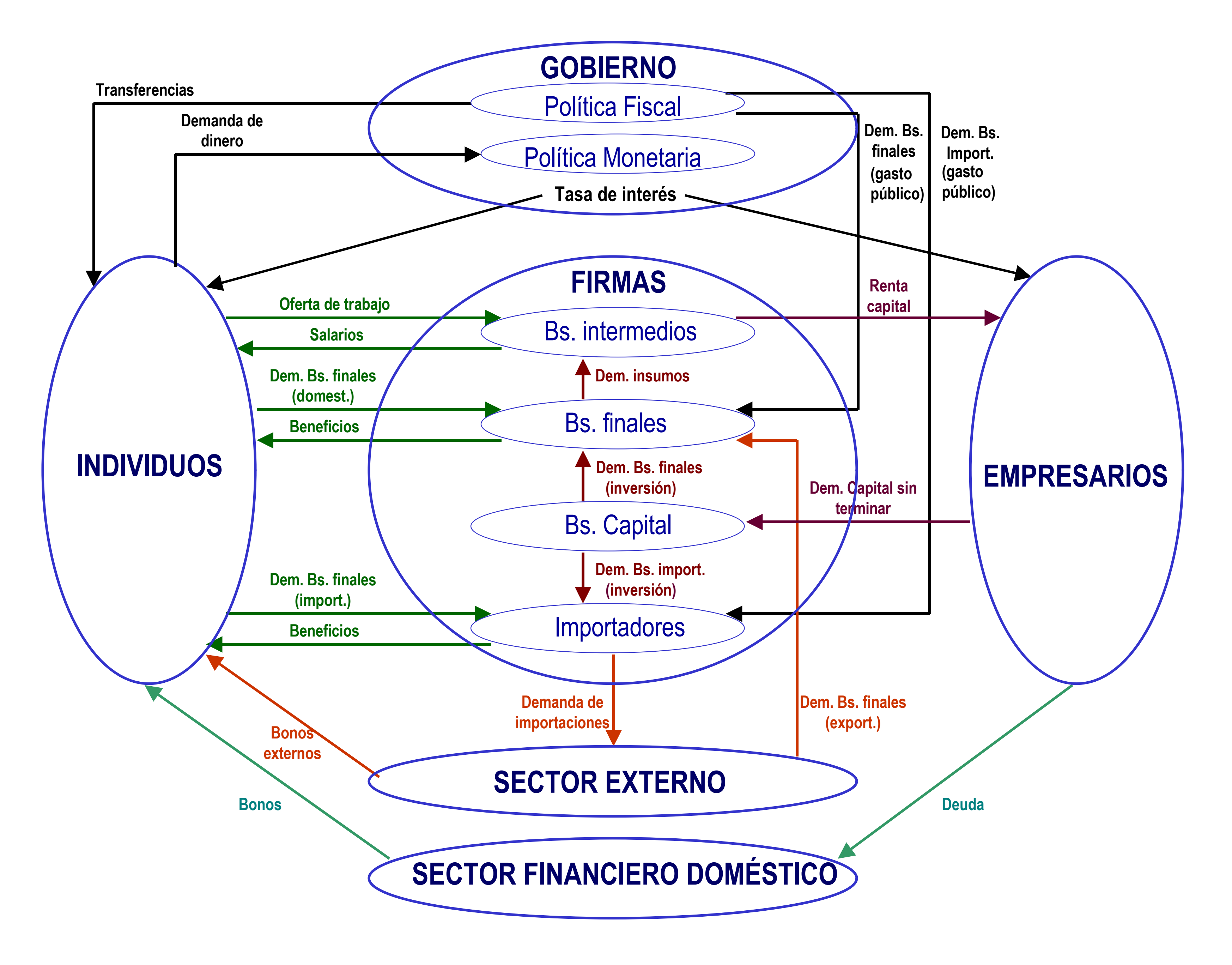


Figura 1: Diagrama de flujo del modelo

Existen **cuatro tipos de firmas** que operan en la economía doméstica[7]: a) productoras de bienes intermedios (mayoristas), b) productoras de bienes finales (minoristas), c) productoras de capital sin terminar y d) distribuidoras de bienes importados. Las **firmas productoras de bienes intermedios** combinan capital y trabajo para producir un bien intermedio que se vende al por mayor a los productores de bienes finales. **Las firmas productoras de bienes finales** utilizan los bienes intermedios para producir un continuo de bienes diferenciados para el consumo, inversión y gasto público. **Los productores de capital sin terminar** utilizan como insumo los bienes finales (inversión) para producir bienes de capital, los cuales son vendidos a los empresarios. Finalmente, los **distribuidores de bienes importados** compran un bien homogéneo en el mercado mundial y lo venden domésticamente[8].

Los **empresarios** son agentes económicos que acumulan capital, el cual es financiado mediante la emisión de deuda. Se incluyen fricciones financieras considerando una prima por riesgo que es función creciente del ratio de apalancamiento de los empresarios. Estos agentes compran el capital de las firmas productoras de capital sin terminar y lo alquilan a las firmas productoras de bienes intermedios.

Además, se incluyen otras fricciones reales, nominales y financieras para que el modelo se ajuste a la dinámica de los datos peruanos. En particular, el modelo contiene las siguientes características: hábitos en consumo, costo de ajustes en la inversión, utilización variable del capital, ajuste gradual en los salarios reales, indexación de precios, traspaso imperfecto del tipo de cambio al precio de los bienes importados y de las exportaciones.

[7] Cabe mencionar que en el criterio para la separación de actividades de cada firma se han considerado las diferentes decisiones económicas que se hacen en un proceso productivo. Por ejemplo, se ha separado entre firmas la decisión de renta de trabajo y capital de los problemas de acumulación de capital y de fijación de precios bajo competencia monopolística y rigideces de precios. Si bien en la práctica, es una sola firma la que toma todas estas decisiones a la vez, esta separación abstracta simplifica el álgebra sin afectar el resultado final.

[8] Cabe mencionar que las firmas productoras de bienes intermedios operan bajo competencia perfecta, alquilando el trabajo de los individuos y el capital de los empresarios. En contraste, los productores de bienes finales operan en un ambiente de competencia monopolística y fijan precios de manera escalonada, es decir, presentan rigideces nominales en precios. Además, este sector minorista vende su producción tanto interna como externamente, ejerciendo discriminación de precios, por lo que pueden fijar el precio de las exportaciones en la moneda externa. De manera similar, los distribuidores de bienes importados operan también en un ambiente de competencia monopolística, lo cual genera desviaciones de la ley de un solo precio en los bienes importados. Es decir, el precio del bien doméstico difiere del precio internacional por la cuña que generan los distribuidores de bienes importados al operar en un ambiente de competencia monopolística.

El modelo base luego es extendido para cuantificar los efectos de la dolarización, modelando tres tipos de dolarización. Se modela **dolarización de transacciones (DT)** considerando que tanto la moneda doméstica como externa otorga utilidad a los consumidores. Se introduce **dolarización de precios (DP)** asumiendo exógenamente con un sub-grupo de firmas fijan sus precios en moneda extranjera (dólar). Finalmente, la **dolarización financiera (DF)** se modela a través de un acelerador financiero en dos monedas.

La fuente de incertidumbre en el modelo está dada por los siguientes 7 choques: a las preferencias, a la paridad descubierta de la tasa de interés, a la productividad doméstica, a los márgenes de los sectores de producción doméstica, exportación e importación, a la tasa de interés de política monetaria. Además, se consideran 4 procesos exógenos para el gasto público y las variables externas: el producto, la inflación y tasa de interés.

3.1 Individuos

3.1.1 Preferencias

La economía mundial está poblada por un continuo de individuos de densidad 1. Donde una fracción n vive en la economía doméstica y la diferencia, $1-n$ reside en el resto del mundo. Cada individuo j en la economía doméstica recibe utilidad por consumir una canasta de bienes, C_t^j , por mantener saldos monetarios, Z_t^j, y recibe desutilidad por trabajar, L_t^j. Las preferencias del individuo están representadas por la siguiente función de utilidad

$$\mathcal{U}_t = E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U\left(C_{t+s}^j, C_{t+s-1}^{fam}, Z_{t+s}^j, L_{t+s}^j, \xi_{t+s}\right)\right], \tag{3.1}$$

donde E_t es la expectativa condicional sobre el conjunto de información en el período t y β es el factor de descuento intertemporal, con $0 < \beta < 1$. $Z_t^j = M_t^j/P_t$ es el saldo de dinero real del agente j en el periodo t. Por lo pronto se asume que el individuo sólo recibe utilidad por mantener moneda doméstica (soles). Adicionalmente, las preferencias sobre el consumo exhiben hábitos externos, es decir, el nivel de la utilidad marginal por consumir es decreciente en la diferencia relativa de C_t^j con relación al nivel del consumo agregado en el período anterior, C_{t-1}. Por lo tanto, los individuos disfrutan de mayor utilidad en tanto sus

niveles de consumo aumentan con relación a sus hábitos[9]. La forma funcional de la utilidad será definida en la sección 4 donde se describe la parametrización y formas funcionales del modelo base. Finalmente ξ_t se puede interpretar como un choque de preferencias de confianza que exhibe un proceso autoregresivo de primer orden en logaritmos.

A su vez, la canasta de consumo está compuesta de bienes domésticos y de bienes importados del exterior. Estos bienes se agregan utilizando el siguiente índice de consumo:

$$C_t \equiv \left[\left(\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^H\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} + \left(1-\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^M\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} \right]^{\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H - 1}}, \tag{3.2}$$

donde ε_H es la elasticidad de sustitución tanto para los bienes producidos domésticamente (C_t^H) y bienes importados (C_t^M) , y γ^H representa la fracción de bienes producidos domésticamente que contiene la canasta total de consumo en la economía pequeña.

A su vez, C_t^H y C_t^M son índices de un continuo de bienes diferenciados producidos domésticamente y en el exterior, respectivamente. Estos índices de consumo se definen a continuación:

$$C_t^H \equiv \left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t^H(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, C_t^M \equiv \left[\left(\frac{1}{1-n}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_n^1 C_t^M(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \tag{3.3}$$

donde $\varepsilon > 1$ es la elasticidad de sustitución tanto para los bienes producidos domésticamente, $C_t^H(z)$, como para aquellos producidos en el exterior, $C_t^M(z)$. Las demandas óptimas de los individuos por bienes domésticos y externos están dadas por:

$$C_t^H(z) = \frac{1}{n}\gamma^H \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{3.4}$$

$$C_t^M(z) = \frac{1}{1-n}\left(1-\gamma^H\right) \left(\frac{P_t^M(z)}{P_t^F}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t \tag{3.5}$$

Ambas demandas se obtienen de minimizar el gasto total en consumo $P_t C_t$, donde P_t es el índice de precios al consumidor[10]. Es de resaltar, que el consumo de cada tipo de bien es creciente en el consumo agregado y decreciente en su correspondiente precio relativo.

[9] La presencia de hábitos en los modelos Nuevos Keynesianos ayudan a explicar la dinámica del consumo y producto que se observa en la data luego de un choque monetario, puesto que agregan persistencia en las variables reales.

[10] Ver apéndice B para el detalle de la obtención de las demandas.

También es fácil mostrar que el índice de precios al consumidor, bajo el supuesto de las preferencias descritas líneas arriba, está determinado por la siguiente condición:

$$P_t \equiv \left[\gamma^H \left(P_t^H\right)^{1-\varepsilon_H} + \left(1-\gamma^H\right)\left(P_t^M\right)^{1-\varepsilon_H}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_H}} \tag{3.6}$$

donde P_t^H y P_t^M representan los niveles de precios de los bienes producidos domésticamente y bienes importados, respectivamente. Cada uno de estos índices a su vez es definido de la siguiente manera,

$$P_t^H \equiv \left[\frac{1}{n}\int_0^n P_t^H(z)^{1-\varepsilon}dz\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \ P_t^M \equiv \left[\frac{1}{1-n}\int_n^1 P_t^M(z)^{1-\varepsilon}dz\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{3.7}$$

donde $P_t^H(z)$ y $P_t^M(z)$ representan los precios de la variedad z expresados en moneda doméstica tanto para bienes producidos domésticamente como para bienes importados.

3.1.2 Estructura de Activos

Por simplicidad, se asume una estructura de mercado de activos en la que existen dos bonos nominales de un período libres de riesgo, los mismos que están denominados en moneda doméstica (sol) y moneda extranjera (dólares), respectivamente. Una característica particular es que para el individuo de la economía pequeña es costoso intercambiar bonos denominados en moneda extranjera. Este supuesto permite hacer que el modelo sea estacionario tanto para la trayectoria del consumo como para la deuda. Asimismo, este supuesto es consistente con la existencia de fricciones financieras para intermediar internacionalmente[11]. Bajo esta estructura de activos, la restricción presupuestaria del agente representativo (j) definida en unidades de moneda doméstica viene dada por:

$$\begin{aligned} & B_t^j + S_t B_t^{j*} + M_t^j \\ = \ & \left(1+i_{t-1}\right) B_{t-1}^j + \left(1+i_{t-1}^*\right)\Psi_B\left(B_{t-1}^*\frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^{j*} + W_t L_t^j - P_t C_t^j + P_t \Gamma_t^j + M_{t-1}^j + T_t^j \end{aligned} \tag{3.8}$$

donde M_t^j es la tenencia de dinero nominal, W_t es el salario nominal, S_t el tipo de cambio nominal, i_t la tasa de interés nominal doméstica, i_{t-1}^*, la tasa de interés nominal externa, Γ_t^j

[11] Se sigue a Benigno (2009) Schmitt-Grohe y Uribe (2003) y Kollmann (2002) quienes consideran el mismo costo para obtener estacionariedad.

son los beneficios reales en términos de unidades de consumo que son distribuidos de todas las firmas de la economía al agente j y T_t^j son transferencias del gobierno. Se asume que cada individuo es dueño de una fracción $\frac{1}{n}$ de todas las firmas de la economía y no existe un mercado para las acciones de las firmas. Este supuesto permite trabajar con la economía agregada como un modelo de agente representativo, de lo contrario se tendría que hacer seguimiento de la riqueza de cada individuo. B_t^j es la tenencia de bonos denominados en moneda local por parte del agente doméstico y B_t^{j*} es la tenencia de bonos externos por parte del agente doméstico. La función $\Psi_B(.)$ representa el costo real asociado a comprar o intercambiar bonos externos denominados en dólares, la misma que depende del nivel agregado de bonos externos en términos reales que mantienen los residentes locales.[12]. Por simplicidad, se asume que la fricción financiera por tomar posición de bonos externos se aplica sólo a los agentes domésticos y que los agentes externos sólo pueden comprar bonos externos denominados en dólares. El individuo maximiza (3.1) sujeto a (3.8).

3.1.3 Decisiones de Consumo/Ahorro, Oferta de Trabajo y Demanda de Dinero

Las condiciones que caracterizan las asignaciones óptimas de tenencias de bonos domésticos y externos están dadas por las siguientes dos ecuaciones:

$$U_{C,t} = \beta E_t \left\{ U_{C,t+1} (1+i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\} \tag{3.9}$$

$$U_{C,t} = (1+i_t^*) \Psi_B \left(\frac{S_t B_t^*}{P_t} \right) \beta E_t \left\{ \frac{S_{t+1} P_t}{S_t P_{t+1}} U_{C,t+1} \right\} \tag{3.10}$$

Eliminamos el índice j por el supuesto de agente representativo. $U_{C,t}$ representa la utilidad marginal por consumir y dependerá de la forma funcional que se asuma en la calibración (ver sección 4). La ecuación (3.9) es la ecuación de Euler que determina la trayectoria óptima del consumo al igualar los beneficios marginales de ahorrar con sus costos marginales. A su vez, la ecuación (3.10) es la condición de equilibrio que determina la tenencia de bonos externos por parte del agente doméstico. De estas dos condiciones se puede obtener una versión no-lineal de la relación de *paridad descubierta de tasas de interés (PDI)*, dicha

[12] Algunas restricciones para $\Psi_B(.)$ son necesarias: $\Psi_B\left(\overline{\frac{B^*S}{P}}\right) = 1$, es decir, toma el valor de 1 si $\frac{B_{t-1}^* S_{t-1}}{P_{t-1}} = \overline{\frac{B^*S}{P}}$; Ψ_B es diferenciable y decreciente alrededor del valor de estado estacionario, esto es $\Psi_B'\left(\overline{\frac{B^*S}{P}}\right) = -\psi_b < 0$.

relación vincula la depreciación esperada del tipo de cambio nominal con el diferencial nominal de tasas de interés,

$$\frac{(1+i_t)}{(1+i_t^*)} = \frac{\Psi_B\left(\frac{S_t B_t^*}{P_t}\right) E_t\left\{\frac{S_{t+1}P_t}{S_t P_{t+1}} U_{C,t+1}\right\}(PDI_t)}{E_t\left\{U_{C,t+1}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right\}} \tag{3.11}$$

Adicionalmente, para evaluar posibles desviaciones de esta relación se agrega un choque PDI, el mismo que sigue un proceso autoregresivo de orden uno en logaritmos.

El individuo elige también la cantidad de dinero que desea mantener. La condición de primer orden que determina la demanda real de dinero está dada por:

$$U_{Z,t} = \frac{i_t}{1+i_t} U_{C,t} \tag{3.12}$$

Finalmente, la condición de primer orden que determina la oferta de trabajo está dada por,

$$-\frac{U_{L,t}}{U_{C,t}} = MRS_t = \frac{W_t}{P_t} \tag{3.13}$$

donde $\frac{W_t}{P_t}$ es el salario real, MRS_t es la tasa marginal de sustitución entre consumo y horas trabajadas. En un mercado competitivo de trabajo MRS_t debería ser igual al salario real como en la ecuación (3.13). Sin embargo, para incluir fricciones en el mercado laboral presentes en la economía peruana, se relaja la condición de eficiencia estándar asumiendo que los salarios reales se ajustan lentamente ante cambios en la tasa marginal de sustitución, MRS_t [13]. La siguiente ecuación considera las fricciones en el mercado laboral:

$$\frac{W_t}{P_t} = \left(\frac{W_{t-1}}{P_{t-1}}\right)^{\lambda_{wp}} MRS_t^{1-\lambda_{wp}} \tag{3.14}$$

En (3.14) λ_{wp} mide el grado de persistencia en los salarios reales y por lo tanto es un índice de las fricciones en el mercado laboral[14].

[13] Ver Blanchard y Gali (2007) para una descripción de rigideces reales de este tipo en un modelo de equilibrio general.

[14] Adicionalmente, es posible obtener la tasa de desempleo de equilibrio al comparar el nivel de horas empleadas cuando no existe rigideces, $\lambda_{wp} = 0$, con aquellas cuando las rigideces reales están presentes $\lambda_{wp} > 0$.

3.2 Economía Externa

La canasta de consumo de la economía externa tiene una forma funcional similar a la de la economía doméstica y está dada por,

$$C_t^* \equiv \left[\left(\gamma^F\right)^{1/\varepsilon_F} \left(C_t^X\right)^{\frac{\varepsilon_F - 1}{\varepsilon_F}} + \left(1 - \gamma^F\right)^{1/\varepsilon_F} \left(C_t^F\right)^{\frac{\varepsilon_F - 1}{\varepsilon_F}} \right]^{\frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_F - 1}} \tag{3.15}$$

donde ε_F es la elasticidad de sustitución entre bienes producidos en el país doméstico (C_t^X) y en la economía externa (C_t^F), respectivamente, y γ^F es la fracción de bienes producidos domésticamente que contiene la canasta total de consumo de la economía externa. A su vez, C_t^X y C_t^F son índices de un continuo de bienes diferenciados similares a C_t^H y C_t^M definidos en la ecuación (3.3). Así se obtienen las siguientes demandas por consumo para cada tipo de bien

$$C_t^X(z) = \frac{1}{n}\gamma^F \left(\frac{P_t^X(z)}{P_t^X}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)^{-\varepsilon_H} C_t^* \tag{3.16}$$

$$C_t^F(z) = \frac{1}{1-n}\left(1 - \gamma^F\right) \left(\frac{P_t^F(z)}{P_t^F}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^F}{P_t^*}\right)^{-\varepsilon_H} C_t^* \tag{3.17}$$

donde P_t^X y P_t^F corresponden a los índices de precios de las exportaciones y de los bienes producidos en el exterior y P_t^* es el índice de precios al consumidor de la economía externa, definido por:

$$P_t^* \equiv \left[\gamma^F \left(P_t^X\right)^{1-\varepsilon_F} + \left(1 - \gamma^F\right)\left(P_t^F\right)^{1-\varepsilon_F}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_F}} \tag{3.18}$$

3.2.1 El Supuesto de la Economía Pequeña y Abierta

Tal y como lo hace Sutherland (2005) se asume que el parámetro que determina las preferencias domésticas por bienes importados, $\left(1 - \gamma^H\right)$, depende tanto del tamaño relativo de la economía externa, $(1 - n)$, así como del grado de apertura, $1 - \gamma : \left(1 - \gamma^H\right) = (1 - n)(1 - \gamma)$. De la misma manera, para la economía externa se asume que la preferencias de los consumidores externos por bienes domésticos depende del tamaño relativo de la economía doméstica y del grado de apertura de la economía mundial, $(1 - \gamma^*)$, esto es $\gamma^F = n(1 - \gamma^*)$.

Esta parametrización implica que cuando la economía se vuelve más abierta, la fracción de bienes importados en la canasta de consumo aumenta. Por otro lado, cuando la economía se hace más grande, esta fracción cae. La parametrización definida previamente permite obtener la economía pequeña y abierta como un caso límite de un modelo de dos países. Esto se logra haciendo que el tamaño de la economía tienda a cero, $n \to 0$. En este caso, se tiene que $\gamma^H \to \gamma$ y $\gamma^F \to 0$. Por lo tanto, en el caso límite la economía externa no utiliza bienes domésticos en su canasta de bienes finales, y las condiciones de demanda para bienes domésticos pueden escribirse de la siguiente forma

$$C_t^H = \gamma \left(\frac{P_t^H}{P_t} \right)^{-\varepsilon_H} C_t \quad (3.19)$$

$$C_t^M = (1-\gamma) \left(\frac{P_t^M}{P_t} \right)^{-\varepsilon_H} C_t \quad (3.20)$$

$$C_t^X = (1-\gamma^*) \left(\frac{P_t^X}{P_t^*} \right)^{-\varepsilon_F} C_t^* \quad (3.21)$$

Asimismo, en el límite el índice de precios al consumidor doméstico y externo tienen la siguiente forma funcional:

$$P_t \equiv \left[\gamma \left(P_t^H \right)^{1-\varepsilon_H} + (1-\gamma) \left(P_t^M \right)^{1-\varepsilon_H} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_H}} \quad (3.22)$$

$$P_t^* = P_t^F \quad (3.23)$$

Por simplicidad se asume que las canastas de inversión y de gasto público, tanto domésticas como externas, adoptan la misma forma funcional que la del consumo (ecuaciones 3.2 y 3.15). Dado lo anterior, la agregación de los tres componentes del gasto facilita obtener la demanda por bienes de producción doméstica, importada y por bienes de exportación:

$$Y_t^H = \gamma \left(\frac{P_t^H}{P_t} \right)^{-\varepsilon_H} ABS_t \quad (3.24)$$

$$Y_t^M = (1-\gamma) \left(\frac{P_t^M}{P_t} \right)^{-\varepsilon_H} ABS_t \quad (3.25)$$

$$Y_t^X = (1-\gamma^*) \left(\frac{P_t^X}{P_t^*} \right)^{-\varepsilon_F} Y_t^* \quad (3.26)$$

donde ABS_t corresponde a la absorción interna, definida como la suma de las demandas

de bienes de consumo, inversión y gasto público domésticas y Y_t^* al producto externo[15].

Dado el supuesto de economía pequeña, las variables de la economía externa que afectan la dinámica de la economía doméstica son el producto externo, Y_t^* , la tasa de interés externa, i^*, y la inflación externa, Π^*. Para simplificar el análisis, se asume que estas tres variables siguen un proceso autoregresivo en logaritmos cuyo orden es determinado por el proceso generador de los datos (ver sección 4.1).

3.3 Firmas

3.3.1 Productores de Bienes Intermedios

Existe un continuo de firmas intermedias cuya masa es n. Cada firma z produce un bien intermedio utilizando capital y trabajo. Estas firmas operan en un mercado de competencia perfecta y utilizan una tecnología con retornos constantes de escala que adopta la siguiente forma funcional,

$$Y_t^{int}(z) = A_t \left[\widetilde{K_{t-1}(z)}\right]^{\alpha} [L_t(z)]^{1-\alpha} \tag{3.27}$$

donde

$$\widetilde{K_{t-1}(z)} = u_t K_{t-1}(z) \tag{3.28}$$

$0 < \alpha < 1$ representa la participación del capital en el total de la producción, $\widetilde{K_{t-1}(z)}$ es el servicio de capital alquilado a los empresarios al final del período $t-1$ para la producción, el cual depende de la tasa de utilización del capital u_t y del stock del capital fisico $K_{t-1}(z)$, $L_t(z)$ es la cantidad de trabajo demandada a los individuos, A_t es un choque transitorio de tecnología que, según las estimaciones de la sección 4.1, sigue el siguiente proceso autorregresivo de segundo orden en logaritmos.

Estas firmas toman como dados el salario real, W_t/P_t, que se paga a los individuos y la tasa de alquiler del capital, R_t^H, que se paga a los empresarios. Las firmas intermedias minimizan costos dada la tecnología para escoger el nivel óptimo de trabajo y de capital.

[15] Es importante mencionar que en el caso límite cuando $n \to 0$ la economía externa funciona como una economía cerrada. Entonces, el producto total de la economía externa es igual a la suma de sus demandas de consumo, inversión y gasto público.

Así, las demandas por los factores de producción están determinadas por :

$$L_t(z) = (1-\alpha)\left(\frac{MC_t(z)}{W_t/P_t}\right)Y_t^{int}(z) \tag{3.29}$$

$$\widetilde{K_{t-1}}(z) = \alpha\left(\frac{MC_t(z)}{R_t^H}\right)Y_t^{int}(z) \tag{3.30}$$

Luego de reemplazar la demanda de cada factor en la función de producción se obtiene el costo marginal,

$$MC_t(z) = \frac{1}{A_t}\left(\frac{R_t^H}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{W_t/P_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \tag{3.31}$$

Dado que todas las firmas cuentan con la misma tecnología de retornos constantes a escala, el costo marginal real de cada firma intermedia z es el mismo, es decir $MC_t(z) = MC_t$. A su vez, dado que las firmas se encuentran en un entorno de competencia perfecta, el precio de cada bien intermedio es igual al costo marginal nominal. Por lo tanto el precio relativo $P_t(z)/P_t$ es igual a los costos marginales reales en términos de unidades de consumo (MC_t).

3.3.2 Fijación de Precios de Productores de Bienes Finales

Bienes Vendidos Domésticamente Los productores de bienes finales compran bienes intermedios y los transforman en bienes diferenciados para consumo final. Es decir, estos productores funcionan como empaquetadores de bienes intermedios. Por lo tanto, el costo nominal marginal de estas firmas empaquetadoras es igual al precio del bien intermedio. Estas firmas operan en un ambiente de competencia monopolística, donde cada firma enfrenta una demanda de pendiente negativa, especificada líneas abajo. Adicionalmente, se asume que en cada periodo t los productores de bienes finales enfrentan una probabilidad exógena dada por $(1-\theta^H)$ de volver a fijar precios. Siguiendo a Calvo (1983), se asume que esta probabilidad es independiente del nivel de precio seleccionado por la firma en el período previo así como del tiempo transcurrido desde la última vez en que la firma haya cambiado sus precios. Finalmente, también se asume que el precio de cada firma z que no reoptimiza se ajusta siguiendo la siguiente regla de indexación:

$$\frac{P_t^H(z)}{P_{t-1}^H(z)} = \left(\Pi_{t-1}^H\right)^{\lambda_\pi}$$

donde $0 \leq \lambda_\pi < 1$ es el grado de indexación. Así, condicionado a un precio fijo en el periodo t, el valor presente descontado de los beneficios de la firma z viene dado por

$$E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta^H\right)^k \Lambda_{t+k} \left[\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_{t+k}^H} \left(\frac{P_{t+k}^H}{P_{t-1}^H} \right)^{\lambda_\pi} - MC_{t+k}^H \right] Y_{t+k|t}^H(z) \right\} \tag{3.32}$$

donde $\Lambda_{t+k} = \beta^k \frac{U_{C,t+k}}{U_{C,t}}$ es el factor de descuento estocástico, $MC_{t+k}^H = MC_{t+k} \frac{P_{t+k}}{P_{t+k}^H}$ es el costo marginal real expresado en unidades de bienes producidos domésticamente, y $Y_{t+k|t}^H(z)$ es la demanda por el bien z en $t+k$ condicionado a que el precio ha sido fijado desde el periodo t, la cual está dada por

$$Y_{t+k|t}^H(z) = \left[\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_{t+k}^H} \left(\frac{P_{t+k}^H}{P_{t-1}^H} \right)^{\lambda_\pi} \right]^{-\varepsilon} Y_{t+k}^H$$

Cada firma z elige $P_t^{H,o}(z)$ para maximizar (3.32) . La condición de primer orden del problema anterior es la siguiente:

$$E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta^H\right)^k \Lambda_{t+k} \left(\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H} \Upsilon_{t,t+k}^H - \mu MUP_{t+k} MC_{t+k}^H \right) \left(\Upsilon_{t,t+k}^H\right)^{-\varepsilon} Y_{t+k}^H \right\} = 0$$

donde $\mu \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$, $\Upsilon_{t,t+k}^H \equiv \left(F_{t,t+k}^H\right)^{1-\lambda_\pi} \left(\frac{\Pi_t^H}{\Pi_{t+k}^H}\right)^{\lambda_\pi}$, $F_{t,t+k}^H \equiv \frac{P_t^H}{P_{t+k}^H}$ y MUP_{t+k} es un choque a los margenes que es cambiante en el tiempo y evoluciona según un proceso autorregresivo de primer orden.

Siguiendo a Benigno y Woodford (2005), la anterior condición de primer orden puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, V_t^D y V_t^N, las mismas que se relacionan de la siguiente manera

$$\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H} = \frac{V_t^N}{V_t^D}$$

donde

$$V_t^N = \mu MUP_t U_{C,t} Y_t^H MC_t^H + \theta^H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^N \left(\Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon} \right\} \tag{3.33}$$

$$V_t^D = U_{C,t} Y_t^H + \theta^H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^D \left(\Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon-1} \right\} \tag{3.34}$$

En el apéndice A se desarrolla la intuición de la curva de oferta agregada utilizando la aproximación log-lineal de las ecuaciones anteriores. Asimismo, dado que en cada periodo t sólo una fracción $\left(1-\theta^{H}\right)$ de las firmas cambian sus precios, y el resto de firmas actualizan sus precios en función a la tasa de inflación pasada, la tasa bruta de inflación doméstica está determinada por la siguiente condición:

$$\theta^{H}\left[\Pi_{t}^{H}\left(\Pi_{t-1}^{H}\right)^{-\lambda_{\pi}}\right]^{\varepsilon-1}=1-\left(1-\theta^{H}\right)\left(\frac{V_{t}^{N}}{V_{t}^{D}}\right)^{1-\varepsilon} \tag{3.35}$$

Las ecuaciones (3.33), (3.34) y (3.35) determinan la ecuación de oferta agregada (curva de Phillips) de la producción doméstica.

Bienes Vendidos en el Exterior Se asume que las firmas productoras de bienes finales pueden discriminar precios entre el mercado doméstico y el externo, por esta razón pueden fijar el precio de sus exportaciones en la moneda extranjera. Asimismo, al vender al exterior enfrentan también un ambiente de competencia monopolística con rigideces nominales, en el cual tienen una probabilidad $1-\theta^{X}$ de poder reajustar sus precios y un grado de indexación $0\leq\lambda_{x}<1$.

El problema de los minoristas que venden en el exterior es muy similar al de las empresas que venden en el mercado doméstico, el cual se resume en las siguientes tres ecuaciones que determinan la curva de oferta de los exportadores para precios en moneda extranjera:

$$V_{t}^{N,X} = \mu\left(Y_{t}^{X}U_{C,t}\right)MUP_{t}^{X}MC_{t}^{X}+\theta^{X}\beta E_{t}\left[V_{t+1}^{N,X}\left(\Pi_{t+1}^{X}\left(\Pi_{t}^{X}\right)^{-\lambda_{\pi}X}\right)^{\varepsilon}\right] \tag{3.36}$$

$$V_{t}^{D,X} = \left(Y_{t}^{X}U_{C,t}\right)+\theta^{X}\beta E_{t}\left[V_{t+1}^{D,X}\left(\Pi_{t+1}^{X}\left(\Pi_{t}^{X}\right)^{-\lambda_{\pi}X}\right)^{\varepsilon-1}\right] \tag{3.37}$$

$$\theta^{X}\left(\Pi_{t}^{X}\left(\Pi_{t-1}^{X}\right)^{-\lambda_{\pi}X}\right)^{\varepsilon-1}=1-\left(1-\theta^{X}\right)\left(\frac{V_{t}^{N,X}}{V_{t}^{D,X}}\right)^{1-\varepsilon} \tag{3.38}$$

donde los costos marginales reales de los bienes producidos para exportación están dados

por:

$$\begin{aligned} MC_t^X &= \frac{P_t MC_t}{S_t P_t^X} \\ &= \frac{MC_t}{RER_t \left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)} \end{aligned} \tag{3.39}$$

los cuales dependen inversamente del tipo de cambio real ($RER_t = \frac{S_t P_t^*}{P_t}$) y del precio relativo de las exportaciones sobre los precios externos $\left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)$. MUP_t^X representa un choque a los márgenes cambiante en el tiempo, el mismo que evoluciona según un proceso autoregresivo de primer orden.

3.3.3 Firmas Productoras de Capital sin Terminar

Existen un continuo de firmas de masa 1 que producen bienes de capital sin terminar indexados por z_K. Estas firmas operan en un mercado de competencia perfecta y compran bienes finales en forma de inversión para producir capital nuevo. El capital producido es vendido a los empresarios al precio Q_t en términos de unidades de consumo. La tecnología de producción viene dada por la siguiente expresión:

$$K_t^{nuevo}(z_K) = F\left[INV_t(z_K), INV_{t-1}(z_K)\right] \tag{3.40}$$

Esta tecnología considera el hecho de que existen costos de ajuste de instalar nuevas inversiones en el capital, los cuales dependen del cambio del nivel de inversión respecto a la del periodo anterior[16].

La condición de primer orden del problema intertemporal de las firmas productoras de capital sin terminar es:

$$Q_t F_{1,t} + E_t \Lambda_{t+1} Q_{t+1} F_{2,t+1} = 1 \tag{3.41}$$

donde Λ_{t+1} es el factor estocástico de descuento definido previamente. Esta condición determina el nivel óptimo de inversión mediante una relación que iguala el valor marginal de la inversión con el precio del capital presente y futuro.

Además, como se mencionó anteriormente, para hacer el modelo más tratable se asume

[16] Por simplicidad se asume la siguiente forma funcional:
$F(INV_t, INV_{t-1}) = \left[1 - \Psi_I\left(\frac{INV_t}{INV_{t-1}}\right)\right] INV_t$, donde $\Psi_I(1) = \Psi_I'(1) = 0$.

que la producción de bienes de capital sin terminar utiliza un compuesto de bienes finales igual al de los bienes de consumo. Por lo tanto, el índice de precios de la inversión y del consumidor coinciden.

3.3.4 Firmas que Venden Bienes Importados al por Menor

Las firmas que venden bienes importados compran un bien homogéneo en el mercado mundial y lo diferencian en un bien final importado $Y_t^M(z)$. Estas firmas operan en un ambiente de competencia monopolística con rigideces nominales, en el cual tienen una probabilidad $1-\theta^M$ de poder reajustar sus precios y un grado de indexación $0 \leq \lambda_M < 1$.

El problema de los minoristas también es muy similar al de los productores de bienes finales que venden en el mercado doméstico. La curva de Phillips de los importadores viene dada por:

$$V_t^{N,M} = \mu\left(Y_t^M U_{C,t}\right) MUP_t^M MC_t^M + \theta^M \beta E_t\left[V_{t+1}^{N,M}\left(\Pi_{t+1}^M\left(\Pi_t^M\right)^{-\lambda_{\pi^M}}\right)^{\varepsilon}\right] \quad (3.42)$$

$$V_t^{D,M} = \left(Y_t^M U_{C,t}\right) + \theta^M \beta E_t\left[V_{t+1}^{D,M}\left(\Pi_{t+1}^M\left(\Pi_t^M\right)^{-\lambda_{\pi^M}}\right)^{\varepsilon-1}\right] \quad (3.43)$$

$$\theta^M\left(\Pi_t^M\left(\Pi_t^M\right)^{-\lambda_{\pi^M}}\right)^{\varepsilon-1} = 1-\left(1-\theta^M\right)\left(\frac{V_t^{N,M}}{V_t^{D,M}}\right)^{1-\varepsilon} \quad (3.44)$$

donde el costo marginal real de los importadores esta dado por el costo de adquirir los bienes en el exterior ($S_t P_t^*$) sobre el precio de las importaciones (P_t^M):

$$MC_t^M = \frac{S_t P_t^*}{P_t^M} \equiv LOP_t \quad (3.45)$$

donde LOP_t mide las desviaciones de la ley un sólo precio[17] y tiene la siguiente ley de movimiento

$$\frac{LOP_t}{LOP_{t-1}} = DS_t \frac{\Pi_t^{M^*}}{\Pi_t^M} \quad (3.46)$$

Asimismo, MUP_t^M representa un choque a los márgenes cambiantes en el tiempo que evoluciona según un siguiente proceso autoregresivo de primer orden.

[17] Ver Monacelli (2005) para una formulación similar.

3.4 Empresarios

Los empresarios son agentes que se dedican a invertir en bienes de capital a través de las empresas productoras de capital sin terminar. Ellos financian la inversión empleando su propia riqueza neta y a través de la emisión de deuda. Como resultado, el balance del empresario está determinado por

$$N_t + \frac{D_t}{P_t} = Q_t K_t \tag{3.47}$$

donde N_t es el valor real del patrimonio del empresario y D_t la deuda emitida por los empresarios denominada en unidades de moneda doméstica. Para modelar imperfecciones en el mercado de créditos se toma como referencia el estudio de Bernanke y otros (1999). En dicho estudio la prima por riesgo está relacionada inversamente con el patrimonio neto del empresario. En el modelo, el valor esperado de los costos de quiebra son pequeños cuando la proporción de inversión en capital es autofinanciada. Por lo tanto, cuanto menor sea la deuda relativa al patrimonio neto, menor será el valor esperado de la prima. Los empresarios se endeudan domésticamente, pagando una prima por riesgo, RP_t, sobre el nivel de la tasa nominal libre de riesgo denominada en moneda doméstica. Se asume que la prima por riesgo es una función del ratio deuda/patrimonio neto

$$RP_t = \chi\left(\frac{D_t}{P_t N_t}\right) \tag{3.48}$$

donde $\chi(.)$ es una función creciente y cóncava. En equilibrio, el retorno esperado del capital debe ser igual al costo de endeudamiento para financiar capital para la inversión

$$E_t\left[R_{t+1}^K\right] = (1 + RP_t)\, E_t\left[(1 + i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] \tag{3.49}$$

La ecuación (3.49) muestra que el nivel óptimo de inversión en bienes de capital se obtiene cuando el retorno esperado de invertir en capital, $E_t R_{t+1}^K$, es igual al costo marginal por financiar la inversión, el mismo que consiste en la tasa de interés esperada real (libre de riesgo), $\left(E_t (1 + i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}}\right)$, y una prima por riesgo, $(1 + RP_t)$.

Los empresarios compran cada periodo capital nuevo de las firmas productoras de capital sin terminar al precio Q_t y alquilan una proporción $u_t \leq 1$ del capital físico instalado

a los productores de bienes intermedios. En la utilización del capital incurren en un costo $\Psi_U(u_t)$, donde Ψ_U es una función creciente que mide el desgaste acelerado del capital por su uso más intensivo. El retorno de invertir en capital esta dado por:

$$R_t^K = \frac{1}{Q_{t-1}}\left[u_t R_t^H - \Psi_U(u_t) + (1-\delta)Q_t\right] \tag{3.50}$$

el cual está compuesto por dos factores: el pago recibido de los productores de bienes intermedios neto del costo de utilización, $u_t R_t^H - \Psi(u_t)$, y las ganancias por aumentos en el precio del capital neto de depreciación, $(1-\delta)Q_t$, todo dividido por el precio inicial del capital, Q_{t-1}. Para maximizar el retorno del capital, la condición de primer orden de la tasa de utilización de capital esta dada por:

$$\Psi'(u_t) = R_t^H \tag{3.51}$$

El valor del capital de los empresarios neto del costo de endeudamiento del periodo anterior esta dado por V_t :

$$V_t = R_t^K Q_{t-1} K_{t-1} - (1 + RP_{t-1})\left(\frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t}\right)\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{3.52}$$

donde el primer y segundo término corresponden, respectivamente, al retorno real ex-post del capital y al costo ex-post de endeudamiento. Se asume además, al igual que en Bernanke y otros (1999), que una proporción v de empresas desaparece cada periodo y los empresarios que salen del negocio consumen sus recursos remanentes. Entonces, la dinámica de la evolución del patrimonio neto esta dado por

$$N_t = (1-v)V_t \tag{3.53}$$

y el consumo de los empresarios viene dado por

$$C_t^{emp} = vV_t \tag{3.54}$$

3.5 Política Monetaria y Fiscal

El banco central implementa su política monetaria fijando su tasa de interés nominal, i_t, siguiendo una regla de tasa de interés tipo Taylor[18]. Esta regla refleja la conducta sistemática del banco central. La regla depende de la inflación al consumidor, Π_t, la depreciación nominal, $DS_t \equiv \frac{S_t}{S_{t-1}}$, y la tasa de crecimiento del producto, $\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$. La forma genérica de la regla de Taylor adopta la siguiente forma,

$$\frac{(1+i_t)}{(1+\bar{i})} = \left(\frac{1+i_{t-1}}{1+\bar{i}}\right)^{\varphi_i} \left[\left(\frac{\Pi_t}{\overline{\Pi}}\right)^{\varphi_\pi} \left(\frac{DS_t}{\overline{DS}}\right)^{\varphi_s} \left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}\right)^{\varphi_y}\right]^{1-\varphi_i} \exp\left(MON_t\right) \tag{3.55}$$

donde, φ_i, φ_y, $\varphi_s > 0$ y $\varphi_\pi > 1$. $\overline{\Pi}$, $\bar{i}$ y $\overline{DS}$ son los niveles de estado estacionario de la inflación, tasa de interés nominal y del cambio en el tipo de cambio. El término MON_t es un choque monetario aleatorio que se distribuye de acuerdo con $N \sim (0, \sigma^2_{MON})$. Se asume que existe suavizamiento de tasa de interés, i_{t-1}, cuya sensibilidad está dada por el parámetro φ_i. La restricción presupuestaria del gobierno está dada por:

$$M_t = M_{t-1} + T_t + P_t G_t \tag{3.56}$$

donde M_t es el saldo de dinero a fin del periodo, T_t son transferencias del gobierno y G_t es el gasto de gobierno en términos reales. Por simplicidad, se asume que el gasto del gobierno esta compuesto por una canasta de bienes domésticos e importados similares a las del consumo (ecuaciones 3.2 y 3.3), razón por la cual comparte el mismo índice de precios que el consumo. Además, se considera que el gasto público se comporta según un proceso autoregresivo en logaritmos.

Cabe mencionar que la ecuación (3.56) implica que el déficit del gobierno se encuentra balanceado en cada periodo[19]. Además, debido a que el manejo monetario se realiza a través del control de la tasa de interés, la oferta de dinero se acomoda a la demanda por dinero de manera consistente a la regla de Taylor.

[18] Ver Clarida, Gali y Gertler Clarida (2000) para un recuento del uso de este tipo de reglas para USA. Castillo, Montoro y Tuesta (2006a) estiman reglas similares utilizando métodos bayesianos y data peruana.

[19] El supuesto de déficit cero en cada periodo es simplemente para simplificar el análisis, en este caso el gasto público se determina de manera exógena por un proceso AR. Una posibilidad de extender el análisis es incorporar también reglas fiscales sobre el gasto público. Para un ejemplo del uso de reglas fiscales para Perú en un modelo de equilibrio general ver Montoro y Moreno (2007).

3.6 Condiciones de Equilibrio de Mercado

La demanda interna o absorción se determina por la suma total del consumo, inversión y gasto público:

$$ABS_t = C_t + INV_t + G_t \tag{3.57}$$

donde el consumo total viene dado por la suma del consumo de las familias y los empresarios:

$$C_t = C_t^{fam} + C_t^{emp} \tag{3.58}$$

De forma similar, la demanda total por producción doméstica y externa (importaciones) esta dada por la suma total de sus respectivos componentes:

$$Y_t^H = C_t^H + INV_t^H + G_t^H \tag{3.59}$$

$$Y_t^M = C_t^M + INV_t^M + G_t^M \tag{3.60}$$

La suma total de la producción doméstica esta dada por:

$$P_t^{def} Y_t = P_t^H Y_t^H + S_t P_t^X Y_t^X \tag{3.61}$$

luego de utilizar las ecuaciones (3.24) y (3.25) y la definición del índice de precios (3.22), la ecuación (3.61) puede ser descompuesta de la siguiente forma:

$$P_t^{def} Y_t = P_t ABS_t + S_t P_t^X Y_t^X - P_t^M Y_t^M \tag{3.62}$$

Para poder identificar el producto bruto interno de la economía, Y_t, es necesario definir el deflactor del PBI, P_t^{def}, el cual es una suma ponderada de los índices de precio al consumidor, de exportaciones y de importaciones y el tipo de cambio:

$$P_t^{def} = \phi_{ABS} P_t + \phi_X S_t P_t^X - \phi_M P_t^M \tag{3.63}$$

donde ϕ_{ABS}, ϕ_X y ϕ_M corresponden a los valores en estado estacionario del ratio de la absorción, exportaciones e importaciones sobre el PBI. La demanda por bienes intermedios se obtiene de agregar aquella que se utiliza para la producción doméstica y para la

exportación:

$$\begin{aligned} Y_t^{int}(z) &= Y_t^H(z) + Y_t^X(z) \\ &= \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} Y_t^H + \left(\frac{P_t^X(z)}{P_t^X}\right)^{-\varepsilon} Y_t^X \end{aligned} \tag{3.64}$$

Agregando (3.64) respecto a z, se obtiene

$$Y_t^{int} = \frac{1}{n}\int_0^n Y_t^{int}(z)\,dz = \Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X \tag{3.65}$$

donde $\Delta_t^H = \frac{1}{n}\int_0^n \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} dz$ y $\Delta_t^X = \frac{1}{n}\int_0^n \left(\frac{P_t^X(z)}{P_t^X}\right)^{-\varepsilon} dz$ son medidas de dispersión relativa de precios, las mismas que tienen un impacto nulo en la dinámica si se toma una aproximación de primer orden respecto al estado estacionario[20]. Similarmente, las demandas agregadas por servicios de capital y trabajo son:

$$L_t = (1-\alpha)\left(\frac{MC_t}{W_t/P_t}\right)\left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right) \tag{3.66}$$

$$\widetilde{K_{t-1}}(z) = \alpha\left(\frac{MC_t}{R_t^H}\right)\left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right) \tag{3.67}$$

Asimismo, el stock de capital es igual a la producción de capital sin terminar que los empresarios compran de las firmas más el stock de capital del periodo anterior neto de depreciación:

$$K_t = F\left(INV_t, INV_{t-1}\right) + (1-\delta)\,K_{t-1} \tag{3.68}$$

Luego de agregar la restricción presupuestaria de los individuos, reemplazar la restricción presupuestaria del gobierno, los beneficios de las firmas, la ecuación del balance de las empresas y la ecuación de la dinámica del patrimonio neto, e incluir la condición de equilibrio del mercado financiero que iguala la deuda doméstica de las empresas (D_t) con los bonos domésticos en manos de los individuos, obtenemos la restricción agregada de recursos de

[20] Ver Castillo, Montoro y Tuesta (2007b) para el caso de una aproximación de segundo orden para explicar la prima de inflación. Los autores muestran que el componente de dispersión de precios explica una parte importante de la prima sobre la inflación.

la economía:

$$\frac{S_t B_t^*}{P_t} - \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} = \frac{P_t^{def}}{P_t} Y_t - ABS_t + \left\{ \frac{\left(1 + i_{t-1}^*\right) S_t / S_{t-1}}{\Pi_t} \Psi_B \left(\frac{B_{t-1}^* S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) - 1 \right\} \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} + REST_t \tag{3.69}$$

La ecuación (3.69) constituye la balanza de pagos de la economía. El término de la izquierda es el cambio en la posición de activos netos en términos de unidades de consumo. Por otro lado, el primer término de la derecha es la balanza comercial, que es la diferencia entre el PBI y la demanda doméstica, que es igual a las exportaciones netas. El segundo término es la renta de factores que incluye los intereses generados por la posición de activos netos, efectos valuación del tipo de cambio y los costos de intermediación en el exterior. El tercer término, $REST_t$, es bastante pequeño y considera los costos de monitoreo de las empresas, el gasto por utilización del capital y los beneficios de las firmas importadoras:

$$REST_t = -RP_{t-1} \left(\frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \Psi \left(u_t \right) K_{t-1} + \frac{P_t^M}{P_t} Y_t^M \left(1 - \Delta_t^M MC_t^M \right) \tag{3.70}$$

3.7 Extensiones: Dolarización Parcial e intervención cambiaria

El modelo desarrollado en las secciones 3.1 a 3.6 constituye un modelo base de economía abierta para el análisis de política. En esta sección se consideran tres extensiones a este modelo base. Cada una de estas extensiones incorpora una forma particular de dolarización. La primera corresponde al caso de dolarización de transacciones o sustitución monetaria, que se define como la sustitución parcial de la moneda doméstica como medio de pago. La segunda modificación es la dolarización de precios, que ocurre cuando la moneda doméstica es parcialmente reemplazada en su función de unidad de cuenta. Adicionalmente, se considera la extensión de la dolarización financiera en la que las empresas mantienen tanto deudas en moneda nacional como extranjera. Finalmente se consideran los efectos de la intervención en el mercado cambiario en la dinámica del tipo de cambio a través de una modificación en la relación de la paridad descubierta de tasas de interés.

3.7.1 Dolarización de Transacciones

Esta sección se basa en el trabajo de Felices y Tuesta (2007). Para incorporar dolarización de transacciones se modifica la función de utilidad de las familias permitiendo que tanto los saldos reales de moneda doméstica ($\frac{M_t^{S,j}}{P_t}$) como extranjera ($\frac{M_t^{D,j} S_t}{P_t}$) generen ahorros en los costos de transacción y por lo tanto mayor utilidad. Se define el agregado monetario que afecta la función de utilidad como:

$$Z_t^j = \left(\frac{M_t^{S,j}}{P_t}\right)^{1-\delta^{DT}} \left(\frac{M_t^{D,j} S_t}{P_t}\right)^{\delta^{DT}} \tag{3.71}$$

donde $0 \leq \delta^{DT} \leq 1$ representa las preferencias por la moneda extranjera dentro del total de medios de pagos líquidos. Despues de algunas transformaciones, la condición de primer orden para el agregado monetario Z_t^j tiene la siguiente forma[21]:

$$U_{z,t} = U_{c,t} \left[\frac{i_t}{1+i_t} / \left(1-\delta^{DT}\right)\right]^{1-\delta^{DT}} \left[\left(\frac{(1+i_t^*)\,\Psi_B - 1}{(1+i_t^*)\,\Psi_B}\right) / \delta^{DT}\right]^{\delta^{DT}} \tag{3.72}$$

La utilidad marginal de los saldos monetarios es igual a la utilidad marginal del consumo multiplicada por un término que es función de las tasas de interés nominal doméstica y externa. Notar que esta condición de primer orden es igual a la ecuación (3.12) cuando el grado de dolarización de transacciones (δ^{DT}) tiende a cero. En el apéndice B se demuestra que bajo estos supuestos la utilidad marginal del consumo puede expresarse en términos no sólo del consumo sino también de las tasas de interés nominal en soles y dólares, con pesos relativos que dependen del nivel de dolarización. En particular, la importancia de la tasa en dólares es mayor cuando el grado de sustitución monetaria es mayor.

3.7.2 Dolarización de Precios

En el modelo se introduce dolarización de precios asumiendo que un subconjunto de empresas productoras de bienes finales que vende en el mercado doméstico fija sus precios en dólares. Estas empresas siguen también, al igual que las empresas que fijan precios en soles, el mecanismo de fijación de precios a la Calvo (1983). De esta manera, la dinámica de la inflación doméstica esta determinada por dos curvas de Phillips, una para el grupo

[21] Ver apéndice $B.8.1$ para detalles sobre la derivación de la ecuación (3.72).

de empresas que fijan precios en soles y la otra para aquellas que fijan precios en dólares. La derivación de la curva de Phillips en dólares es similar a aquella del modelo base.

Así, una masa δ^{DP} de empresas fijan precios en dólares, mientras que las demás, $\left(1-\delta^{DP}\right)$, lo hacen en soles. El indice de precios producidos domésticamente es el siguiente:

$$P_t^H = \left[\left(1-\delta^{DP}\right)\left(P_t^S\right)^{1-\varepsilon} + \delta^{DP}\left(S_t P_t^D\right)^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{3.73}$$

Asimismo, las empresas que fijan precios en soles (dólares) tienen una probabilidad $1-\theta^S$ $(1-\theta^D)$ de poder reajustar sus precios y un grado de indexación $0 \leq \lambda^S < 1$ $(0 \leq \lambda^D < 1)$.

El problema de las firmas productoras de bienes finales que venden soles y en dólares es exactamente igual al descrito en las ecuaciones (3.33), (3.34) y (3.35) luego de considerar el cambio de super-índices. Asimismo, los costos marginales de estas empresas estan dados por:

$$MC_t^S = MC_t \frac{P_t}{P_t^S} \tag{3.74}$$

$$MC_t^D = MC_t \frac{P_t}{S_t P_t^D} \tag{3.75}$$

donde P_t^S y P_t^D son los precios fijados es soles y en dólares, respectivamente. La dinámica de los precios relativos $(\frac{P_t}{P_t^S})$ y $(\frac{P_t}{S_t P_t^D})$ esta determinada por la evolución de la inflación total, la inflación en soles y dólares y el tipo de cambio.

3.7.3 Dolarización Financiera.

En esta extensión se considera que en el contrato de pago de intereses de los empresarios, una fracción del servicio de la deuda se encuentra indexada a la tasa de interés en dólares. Por simplicidad se asume que esta fracción esta dada por δ^{DF} y se encuentra determinada exógenamente[22]. En este caso, la condición de arbitraje que determina la demanda por capital, se modifica cuando existe dolarización financiera para tener en cuenta la diversidad

[22] Para endogenizar esta decisión se requeriría resolver el modelo utilizando una aproximación de mayor grado, lo que complicaría enormemente el modelo. Añadir esta decisión en el modelo se encuentra más alla de los objetivos de esta investigación.

de las fuentes de financiamiento:

$$E_t\left[R^K_{t+1}\right] = (1+RP_t)\,E_t\left([(1+i_t)]^{1-\delta^{DF}}\left[(1+i^*_t)\,\frac{S_{t+1}}{S_t}\right]^{\delta^{DF}}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right) \tag{3.76}$$

Igualmente, cuando existe dolarización financiera la evolución del patrimonio neto de las empresas depende además del precio y la rentabilidad del capital, entre otras variables, de la depreciación observada en el tipo de cambio nominal, tal como muestra la siguiente ecuación.

$$N_t = (1-v)\left\{\begin{array}{c} R^K_t Q_{t-1}K_{t-1} \\ -\,(1+RP_{t-1})\left[\left([(1+i_{t-1})]^{1-\delta^{DF}}\left[\left(1+i^*_{t-1}\right)\frac{S_t}{S_{t-1}}\right]^{\delta^{DF}}\frac{P_{t-1}}{P_t}\right)\right]\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}\end{array}\right\} \tag{3.77}$$

La dolarización financiera afecta de manera importante el acelerador financiero. En la medida que ella sea más alta, mayor será el impacto de la devaluación de la moneda extranjera en el balance de las empresas, y por lo tanto su impacto en el mecanismo de transmisión de la política monetaria.

3.7.4 Intervención cambiaria

Si la autoridad monetaria puede afectar el comportamiento del tipo de cambio a través de intervención esterilizada en el mercado cambiario[23], se alteran los efectos de la dolarización parcial sobre los mecanismos de transmisión. En el modelo se incluye la intervención cambiaria considerando que se afectan las expectativas sobre el tipo de cambio. Más precisamente, en la ecuación de la paridad descubierta de la tasa de interés (3.11) consideramos que las expectativas del tipo de cambio toman la siguiente forma:

$$S^{EXP}_{t+1} = \left(S_{t+1}\right)^{1-\lambda_{pdi}}\left(S_{t-1}\right)^{\lambda_{pdi}} \tag{3.78}$$

donde S_{t+1} corresponde al valor del tipo de cambio en $t+1$ consistente con expectativas racionales y S_{t-1} al valor del periodo anterior. Bajo este supuesto las expectativas del tipo de cambio futuro son una mezcla entre el tipo de cambio de expectativas racionales

[23] Por intervención esterilizada nos referimos a compras y ventas de moneda extranjera en el mercado cambiario. Las mismas que son acompañadas con emisiones o recompras de valores negociables en moneda doméstica por parte del banco central para esterilizar los efectos en la liquidez generados por la intervención.

y expectativas adaptativas, siendo el parámetro λ_{pdi} el peso relativo entre ambos tipos de expectativas.

La versión linearizada de la ecuación (3.11) considerando (3.78) es la siguiente[24]:

$$i_t - i_t^* = (1 - \lambda_{pdi}) E_t \Delta s_{t+1} - \lambda_{pdi} \Delta s_t + \psi_b b_t^* + pdi_t$$

de esta ecuación se puede observar que cuando el parámetro λ_{pdi} tiende a 1, el modelo se acerca a uno de tipo de cambio fijo. Por otro lado, cuando λ_{pdi} tiende a 0 como en el caso tradicional el tipo de cambio depende bastante de las expectativas sobre lo que vaya a pasar en el futuro. La calibración de un parámetro λ_{pdi} entre 0 y 1 aisla parcialmente al tipo de cambio de los efectos causados por fluctuaciones de las variables, lo cual se asemeja a la intervención cambiaria por parte de la autoridad monetaria sin necesidad de modelar explícitamente dicha intervención.

4 Solución del Modelo

Se resuelve el modelo aproximando log-linealmente las ecuaciones respecto al estado estacionario determinístico detallado en el apéndice $B.1$. Nóte que es posible organizar el sistema de ecuaciones en cuatro grandes bloques: demanda agregada, oferta agregada, economía externa y política monetaria. En el apéndice A se lista las ecuaciones log-linealizadas acompañadas de una breve intuición de los principales mecanismos. Para realizar las simulaciones y los respectivos ejercicios se utiliza la plataforma ofrecida por DYNARE[25].

[24] Considera a las variables definidas en diferencias en logaritmos respecto a su nivel de estado estacionario.

[25] Ver http://www.cepremap.cnrs.fr/dynare/.

4.1 Formas Funcionales y Calibración

El modelo es calibrado utilizando datos del Perú para una frecuencia temporal trimestral. Se asume la siguiente función de utilidad

$$U\left(C_t^j, C_t^{fam}, Z_t, L_t^j, \xi_t\right) = \xi_t \ln\left\{\left[b\left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam}\right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b)\, Z_t^{j\,\frac{\omega-1}{\omega}}\right]^{\frac{\omega}{\omega-1}}\right\} - \frac{\left(L_t^j\right)^{1+\eta}}{1+\eta} \tag{4.1}$$

El factor de descuento β es fijado en 0.9975 lo cual implica una tasa de interés real de 1 por ciento en estado estacionario. Siguiendo estudios previos para economías cerradas y abiertas y los resultados en Castillo y otros (2006a) se asume un coeficiente para la formación de hábitos, h, igual a 0.75[26]. Los parámetros b y ω se obtienen al estimar una ecuación de demanda por dinero, los valores estimados implican un valor de $\Omega = 0.8$, el cual es la forma reducida del impacto del costo de transacción en la función de utilidad[27]. Se fija la inversa de la elasticidad de la oferta de trabajo, η, igual a 2 (inelástico), valor que está dentro del rango de parámetros utilizados en la literatura[28]. El parámetro γ es fijado en 0.6, lo cual implica una participación de bienes importados en el índice de precios al consumidor, $1-\gamma$, de 40 por ciento[29]. Para la elasticidad de sustitución entre bienes transables, ε_H, se asume un valor relativamente bajo, 0.75[30].

La participación del factor capital en el total de la producción, α, es igual a 0.26 de forma tal que se obtenga el ratio de inversión sobre PBI en estado estacionario igual al promedio del periodo para el periodo 1994-2007 (20 por ciento). A su vez, se fija el grado de depreciación $\delta = 0.025$, lo cual implica una depreciación anual de 10 por ciento. El costo de ajuste de la inversión, $\psi_K = 3.3$, es parámetro libre el mismo que se ajusta de tal forma

[26] Castillo, Montoro y Tuesta (2006a) encuentran valores para este parámetro entre 0.62 y 0.79.

[27] Ver apéndice B.8 para la derivación.

[28] Estudios macro consideran valores bien bajos para este parámetro, lo que implicaría una oferta de trabajo bastante elástica. No obstante, los estudios con datos micro, no avalan estos valores. Por lo contrario, los valores micro para este parámetro implican curvas de oferta agregada bastante inelásticas.

[29] El valor es una forma reducida del componenente importado en el índice de precios al consumidor, asumiendo que algunos bienes importados entran en los bienes no transables y estos a su vez afectan el IPC.

[30] El valor de la elasticidad de sustitución entre bienes domésticos y externos es bastante controversial. Estudios de comercio encuentra valores para esta elasticidad entre 5 y 6 ver Trefler and Lai (1999). No obstante la mayoría de los MEDGE consideran valores entre 0.8 y 1.5. Por ejemplo, Rabanal y Tuesta (2006) en un modelo estimado para dos países encuentran valores para esta elasticidad, condicionado a la estructura de activos, en el rango de 0 y 1.

que la volatilidad relativa de la inversión respecto al producto se sitúe alrededor de 3.5, valor consistente con lo que se observa en la economía peruana para el período 1994-2007. La elasticidad de sustituición entre bienes diferenciados, ε, se fija en 6, siendo consistente con un margen de 15 por ciento sobre los costos marginales en todos los sectores. Los ratios de posición de activos netos sobre PBI, ϕ_B, y consumo sobre PBI, ϕ_C. se fijan en -0.4 $\times$ 4 y 0.68, valores que representan los ratios promedios para el período 1994-2007, respectivamente[31]. La elasticidad de la prima por riesgo por concepto de deuda, ψ_b es fijada en 0.001. Se asume un valor pequeño para este parámetro para no distorsionar las propiedades de los ciclos que genera el modelo .

Para la elasticidad de la prima externa relativa al patrimonio de las firmas, ψ_χ, se asume un valor de 0.1 consistente con los valores reportados en estudios previos para economías desarrolladas y en vías de desarrollo[32].

Para el grado de rigidez real, λ_{wp}, se considera un valor de 0.99. El v{alor de este parámetro implica fricciones importantes en el mercado laboral tales que los salarios reales varían poco. Esta característica es consistente con lo que se observa en la economía peruana. El parámetro de suavizamiento de la paridad descubierta de tasas de interés, λ_{uip}, toma un valor de 0.8. Este valor es consistente con la limitada volatilidad del tipo de cambio nominal que se observa en los datos peruanos.

Para los bienes producidos domésticamente se asume un grado de indexación, λ_S de 0.85 y un grado de rigidez, θ^S es de 0.75. Este grado de rigidez e indexación implican que las firmas mantienen sus precios fijos en promedio 4 trimestres y que el grado de indexación es de 85 por ciento. Se asume que los bienes importados son mucho más rígidos, $\theta^M = 0.95$ con un grado de indexación, λ_M de 0.75. Lo anterior es consistente con el pequeño grado de traspaso que se observa en los bienes importados en la economía peruana (20%). Por el lado de los exportadores, se asume bastante flexibilidad en los precios, es decir, no pueden discriminar en gran medida en los mercados externos. Los valores calibrados son $\theta^X = 0.1$ y $\lambda_X = 0.5$ para la rigidez e indexación, respectivamente.

[31] El ratio de deuda sobre PBI es 0.4, sin embargo, como en el modelo el PBI es trimestral, el ratio se calibra en 0.4 por 4.

[32] El valor de esta elasticidad se situa dentro de las estimaciones realizadas para otros países. Por ejemplo, Elekdag, Justiniano y Tchakarov (2006), utilizando data para Korea, estiman un valor para ψ_χ de 0.048. Similarmente, Christensen y Dib (2008) estiman valores de ψ_χ alrededor de 0.09 utilizando data de USA.

Para los coeficientes de la regla de tasa de interés se toman como base los siguientes valores: φ_π toma un valor de 1.5 , φ_y un valor de 0.1 y φ_i un valor de 0.7. El parámetro asociado al tipo de cambio nominal φ_e variará dependiendo de los ejercicios que se deseen mostrar. En el modelo base se asume un valor de cero para φ_e. Un parámetro mayor a uno respecto a la inflación $\varphi_\pi > 1$ indica que cuando la inflación está por encima de su nivel meta, el banco central tiene que reaccionar aumentando su tasa de interés en mayor proporción que el aumento en las expectativas de inflación, de tal manera que la tasa de interés real aumente. Algo similar ocurre con la reacción al producto y al tipo de cambio. No obstante la reacción a estas dos variables van a depender de las preferencias del banco central y cuán sensible sea la economía en general, y la inflación en particular, al movimiento del producto y del tipo de cambio.

Los parámetros asociados a la dolarización son tomados de estudios previos (ver Armas y otros 2007). Se asume valores de 0.4 , 0.05 y 0.6 para los parámetros asociados a la dolarización, δ^{DT}, δ^{DP} y δ^{DF}, respectivamente. Bajo dolarización de precios se asume nuevamente el mismo nivel de rigidez e indexación de precios asignados por las firmas que fijan precios en soles (esto es $\lambda_S = \lambda_D$ y $\theta^S = \theta^D$).

Para calibrar los choques del modelo se han estimado modelos ar(p) con información de las variables observadas más cercanas a aquellas que caracterizan los choques en el modelo. Así, para el caso de la productividad doméstica se ha utilizado una serie estimada para la productividad total de factores obtenida mediante el método del residuo de Solow con la que se ha estimado el modelo $AR(p)$. Para la tasa de interés internacional se ha utilizado la tasa de los Fondos Federales de los EUA. Para la inflación importada, la serie de inflación importada que produce el Banco Central de Reserva del Perú. Para el producto internacional, el índice de actividad económica de los principales socios comerciales. En el caso del choque monetario se ha estimado primero una regla de tasa de interés para el banco central a través de una ecuación lineal que relaciona la tasa interbancaria, la tasa que mayor correlación tiene con la tasa de referencia del BCRP, en función de la brecha producto y la tasa de inflación y un rezago de la propia tasa de interés. Luego, al residuo de esta ecuación se le ha estimado un modelo $AR(p)$. Para cada caso, se ha estimado el mejor modelo $AR(p)$ definido de acuerdo con el criterio de Akaike. Los resultados de este ejercicio se presentan en la tabla 1:

Tabla 1: Calibración del MEGA-D

Choque	Std	Persistencia	
		ar(1)	ar(2)
Productividad	0.0099690	0.8688920	-0.1896230
Tasa de Interés Internacional	0.0027867	1.5626750	-0.6887520
Inflación Importada	0.0128470	0.0128470	N.A
Producto Internacional	0.0042904	1.0474920	-0.2363210
Política Monetaria	0.0330720	0.4863430	N.A
Política Fiscal	0.0415185	0.4878790	N.A

Nota: Para la estimación se ha utilizado información trimestral para el periodo 1995.T1-2007.T4 para todas las variables, excepto para la tasa de interés caso en el cual se ha utilizado información para el periodo 2002.I 2007.V

La tabla anterior indica, por ejemplo, que los choques fiscales siguen un proceso autoregresivo de primer orden con un nivel de persistencia de 0.48. A su vez estos choques son los más volátiles.

Finalmente, se han calibrado choques $AR(1)$ de preferencias y de inversión para poder replicar la volatilidad relativa del consumo respecto al producto y la volatilidad absoluta del producto que se observa en los datos. Los parámetros asociados a estos choques son los siguientes: $\rho_{pref} = 0.95$ con desviación estándar de 0.018 y $\rho_{inv} = 0.90$ con desviación estándar de 0.01.

5 Resultados y Experimentos

Antes de utilizar el modelo para realizar experimentos de política para la economía peruana, es necesario validarlo empíricamente. Una alternativa sería la de estimar el modelo completo utilizando datos de la economía peruana y algún método de estimación, por ejemplo el método de momentos, de máxima verosimilitud o mediante econometría bayesiana[33]. Otra alternativa es calibrar el modelo de tal forma que los momentos, condicionados o no condicionados, se acerquen a lo que se observa en la realidad. En este trabajo se sigue la segunda alternativa. Se opta por validar el modelo en dos dimensiones. Primero se calculan los momentos no condicionados , en particular, se comparan las varianzas, correlaciones y autocorrelaciones de un conjunto de variables que caracterizan la economía peruana con aquellas que predice el modelo. En segundo lugar, se evalúa la dinámica condicionada del producto y la inflación ante un choque no anticipado de política monetaria. Para este último ejercicio de validación, se compara la respuesta dinámica del modelo con aquella que reportan los estudios empíricos de mecanismos de transmisión de la política monetaria en el Perú. También se analizan las respuestas de las principales variables macroeconómicas ante choques de tasas de interés externas. Luego, al final de esta sección se muestran diversos experimentos de política. Por un lado, se realiza un ejercicio contrafactual que muestra cómo cambiaría la dinámica de la economía si se eliminan los tres tipos de dolarización. Por otro lado, se estudia el rol de las rigideces nominales del modelo y la importancia de la credibilidad del banco central para controlar la inflación.

5.1 Momentos No Condicionados

En esta sección se reportan los estadísticos calculados con variables sin tendencia y del modelo con la parametrización base de la sección 4. La tabla 2 resume los resultados de esta sección. Los estadísticos de los datos son calculados utilizando información del período 1994-2007, con excepción a los correspondientes a la inflación y la tasa de interés, los mismos que son calculados para el período 2002-2007. Para filtrar cada serie se utiliza el filtro de Hodrick y Prescott.

[33] Actualmente se encuentra en elaboración el documento con los resultados de la estimación del MEGA-D. Para una versión de una estimación de un modelo previo ver Castillo, Montoro y Tuesta (2006a)

Tabla 2: Análisis de Momentos

		Datos Perú (1994-2007)	Modelo
Desviación Estándar			
	PBI	1.81	2.02
Relativa al PBI			
	Consumo Privado	0.84	0.85
	Inversión	3.35	3.49
	Empleo	1.03	1.08
	Exportaciones	2.06	1.93
	Importaciones	2.90	0.91
	Tipo de Cambio Real	1.73	2.50
	Inflación*	0.44	0.58
	Tasa de Interés Nominal*	0.60	0.99
Correlación con PBI			
	Consumo Privado	0.57	0.13
	Inversión	0.69	0.64
	Empleo	0.56	0.81
	Exportaciones	0.18	0.82
	Importaciones	0.51	0.51
	Tipo de Cambio Real	-0.07	0.79
	Inflación*	0.22	0.43
	Tasa de Interés Nominal*	0.54	0.01
Autocorrelación			
	PBI	0.42	0.88
	Consumo Privado	0.37	0.93
	Inversión	0.34	0.91
	Empleo	0.23	0.83
	Exportaciones	0.55	0.89
	Importaciones	0.37	0.86
	Tipo de Cambio Real	0.30	0.90
	Inflación*	0.65	0.87
	Tasa de Interés Nominal*	0.31	0.69

* Datos correspondientes al período 2002-2007.

En general se encuentra que el modelo base reproduce momentos no condicionados, tanto para las variables reales como para las nominales, cercanos a lo que se observa en los datos. El modelo tiene un buen ajuste en varias dimensiones. En primer lugar, la volatilidad absoluta del PBI en el modelo es alrededor de 2 por ciento, en tanto que en la data es de 1.81. El modelo hace un excelente trabajo en acercarse a las volatilidades relativas respecto al producto para el caso de las variables reales. Así se obtienen volatilidades relativas respecto al producto para el consumo, la inversión y el empleo de 0.85, 1.08

y 3.49, en tanto que en la data se registran valores de 0.84, 1.03 y 3.35. Este resultado se obtiene para valores razonables en los parámetros asociados a hábitos en el consumo, $h = 0.75$, a la elasticidad de oferta de trabajo, $\frac{1}{\eta} = 0.5$,y a la elasticidad del costo de ajuste de la inversión, $\psi_I = 3.3$.

Por el lado de las variables externas el modelo presenta algunas debilidades. Por ejemplo, el modelo produce importaciones bastante menos volátiles que los valores reportados en los datos (0.91 en el modelo versus 2.90 en los datos). Este resultado podría estar explicado por el alto grado de fricción nominal en el sector importador, el mismo que es necesario para inducir un bajo grado de traspaso del tipo de cambio a los bienes importados. Por otro lado, la volatilidad relativa de las exportaciones que produce el modelo está muy cercana a la de la data. Finalmente, el modelo genera un tipo de cambio real multilateral más volátil que en los datos (2.50 en el modelo versus 1.73 en los datos). Esta discrepancia se podría solucionar incluyendo en el modelo bienes no transables. En los modelos con dos sectores (transable y no transable), el precio relativo entre los sectores es fundamental para explicar la volatilidad del tipo de cambio real[34].

Por el lado nominal, el modelo es capaz de acercarse a la volatilidad relativa de la inflación al consumidor (0.58 en el modelo versus 0.42 en la data) y con menos éxito la volatilidad de la tasa de interés nominal.

En la misma tabla también se reportan las correlaciones de las variables con relación al producto. En la mayoría de los casos el modelo produce correlaciones con el signo correcto, tal y como se observa en los datos. La única excepción es la correlación del PBI con el tipo de cambio real. El modelo predice una correlación positiva (0.79) entre el tipo de cambio real y el PBI en tanto que en los datos estas variables son acíclicas (-0.07). Al parecer en el modelo prevalece el canal tradicional del tipo de cambio sobre las exportaciones, en tanto que el canal contractivo del acelerador financiero es menos importante. Otra limitación del modelo es el bajo co-movimiento del consumo con el producto. El modelo predice una correlación de 0.13 en tanto que en la data se observan valores de 0.57. El resultado anterior fácilmente se puede solucionar incluyendo en el modelo agentes miopes que no actúan intertemporalmente, sino que toman sus decisiones de consumo en función

[34] Ver Rabanal y Tuesta (2006, 2007) para modelos que buscan explicar la volatilidad del tipo de cambio real USA-EURO. La volatilidad del tipo de cambio real respecto al producto es alrededor de 5 en países desarrollados. Explicar estos niveles de volatilidad es bastante difícil con modelos de sólo bienes transables.

de su ingreso corriente[35].

Finalmente, el modelo predice coeficientes de autocorrelación más altos que los valores que se obtienen en los datos. Los mecanismos de persistencia endógena, que se han considerado en el modelo base, juegan un rol importante en este resultado.

5.2 Funciones de Respuestas a Impulsos (FRIs)

Esta sección muestra la respuesta dinámica de las principales variables del modelo a los choques fundamentales.

5.2.1 Choque de Política Monetaria

La figura 2 resume la interacción dinámica de los principales mecanismos de transmisión de la política monetaria en el modelo. El gráfico muestra la respuesta de la inflación doméstica, la inflación total, el producto, el consumo, la inversión, las exportaciones, las importaciones, el tipo de cambio real, el tipo de cambio nominal y la posición neta de activos a un incremento transitorio no anticipado en 100 puntos básicos de la tasa de interés de referencia del Banco central.

Las respuestas son consistentes con los mecanismos de transmisión contenidos en el modelo. Así, un incremento en la tasa de interés del banco central, debido a que los precios se ajustan lentamente, genera un incremento en la tasa de interés real y una apreciación real del sol. A su vez, la mayor tasa de interés real crea una contracción en el consumo y en la inversión, las cuales tal como se observa en la figura 2, alcanzan su nivel máximo 4 trimestres después del choque. Consistente con la existencia del acelerador financiero, la inversión sufre una contracción mayor que el consumo, 105 versus 26 puntos básicos, respectivamente.

Asimismo, la apreciación cambiaria genera una reducción en las exportaciones debido al incremento en su precio relativo que las hace más caras que los productos producidos fuera del país. Esta apreciación cambiaria, sin embargo, no genera mayores niveles de importaciones porque el efecto en precios relativos es contrarrestado por la contracción del consumo y la inversión total. El impacto neto del choque contractivo de política monetaria

[35] Ver Galí, López-Salido y Vallés (2007) para una aplicación de agentes miopes ("rule of thumb") para el estudio de la política fiscal en un contexto de una economía cerrada.

genera un deterioro de la balanza en cuenta corriente que induce a una caída de la posición neta de activos.

La respuesta conjunta del consumo, la inversión, y las exportaciones netas determinan la respuesta del PBI. Tal como se muestra en la figura 2, el PBI responde de manera gradual al choque de política monetaria, alcanzando su nivel mínimo luego de 3 trimestres y luego revirtiendo a su senda de crecimiento de largo plazo. El modelo implica que luego de 3 meses, el PBI se reduciría respecto a su tendencia de largo plazo en 37 puntos básicos. Consistente con la evolución del PBI, la inflación doméstica se reduce en 0,24 puntos porcentuales luego de 5 trimestres respecto a la meta de inflación. Luego converge gradualmente a la meta de inflación en aproximadamente 12 trimestres.

Es importante precisar que el modelo muestra no sólo una respuesta gradual de la inflación doméstica al choque monetario, sino también un mínimo impacto contemporáneo del choque. Varios factores contribuyen a esta dinámica. Un primer elemento importante es el grado de traspaso del tipo de cambio, que en el modelo es pequeño, consistente con la evidencia empírica para Perú. Para generar un efecto traspaso del tipo de cambio a la inflación bajo, se ha calibrado el modelo considerando un alto grado de rigidez de precios en las importaciones, de esta manera cambios en el tipo de cambio demoran en traspasarse a los precios en soles de las importaciones. Otro ingrediente del modelo que ha contribuido a este resultado es el alto grado de persistencia que tiene el tipo de cambio, que se sustenta en la existencia de intervención cambiaria por parte del banco central. La intervención cambiaria reduce el efecto contemporáneo de la tasa de interés sobre el tipo de cambio, amortiguando su impacto directo en la inflación importada.

Igualmente importantes en la respuesta dinámica de la inflación al choque de política monetaria son los factores que reducen la volatilidad de los costos marginales, como el costo de ajuste de capital y el grado de rigideces reales en el mercado laboral. En ambos casos, estas rigideces amortiguan la respuesta de los precios de los factores de producción, renta de capital y el salario real, a cambios en la demanda agregada. Sin estas rigideces el impacto de la política monetaria de corto plazo en la inflación sería excesivamente grande, en contra de la evidencia empírica que muestra un impacto gradual. Adicionalmente, la persistencia del impacto del choque de política monetaria en la inflación se determina por el grado de indexación de los precios tanto domésticos como externos y por el grado de

persistencia de la tasa de interés de corto plazo.

5.2.2 Tasa de Interés Internacional

Para este ejercicio se considera también una reducción de 100 puntos básicos en la tasa de interés internacional. Se consideran dos procesos para la tasa de interés internacional, el primero en linea continua equivale al proceso AR(2) estimado en la sección 4 y en linea discontinua se considera un proceso AR(1) con coeficiente de autocorrelación igual a 0.5. Tal como se muestra en la figura 3, el choque a la tasa de interés internacional en un proceso AR(2) genera una fuerte apreciación de la moneda doméstica que se transmite hacia la inflación importada reduciendo la inflación total. A su vez, la menor inflación total induce al banco central a reducir su tasa de interés generando condiciones monetarias más laxas que estimulan un fuerte crecimiento del consumo, la inversión y las importaciones. Las exportaciones por el contrario se reducen brúscamente en respuesta a la caída del tipo de cambio real que la apreciación de la moneda doméstica genera.

También, el aumento de la demanda doméstica y la reducción de las exportaciones hacen que la tasa de crecimiento del PBI se incremente en el corto plazo respecto a su tendencia de largo plazo, pero que se reduce luego de 3 trimestres. Asimismo, la dinámica de las exportaciones e importaciones en respuesta a este choque generan un mayor déficit en cuenta corriente que induce a una mayor acumulación de deuda externa, es decir, una menor posición de activos internacionales netos.

Es interesante observar que la respuesta de la economía a este choque depende en gran medida de la reacción del banco central. Si el banco central no reaccionase a la inflación total como lo hace en el ejercicio anterior, sino a la inflación doméstica, el impacto del choque sobre la demanda agregada sería menor. Esto es debido a que en este caso el banco central reduciría su tasa de interés en menor magnitud, y por tanto el estímulo monetario sería menor.

Cabe mencionar que cuando se utiliza el proceso AR(2) estimado las magnitudes de las respuestas de las variables son bastante altas. Comparando estos resultados con el proceso AR(1) podemos observar que los mecanismos de transmisión no cambian cualitativamente, pero las magnitudes son mucho menores. Este resultado muestra que el proceso que se perciba que tenga la tasa de interés internacional puede cambiar de manera importante la

magnitud de la respuesta a los choques externos.

5.3 Experimentos

5.3.1 El Impacto de la Dolarización y la Intervención Cambiaria

Para evaluar el impacto de la dolarización en la economía, en esta sub-sección se analiza cómo cambian las respuestas de la inflación, el producto, el tipo de cambio y la tasa de interés ante choques de política monetaria doméstica y externa considerando el caso contrafactual de una economía sin dolarización. Adicionalmente, como los resultados dependen del grado y la forma de intervención en el mercado cambiario, se comparan estas respuestas con el caso de que existe intervención cambiaria, considerando $\lambda_{pdi} = 0.8$ como en nuestra calibración base. Estos ejercicios se muestran en las figuras 4 y 5. En estos gráficos la línea punteada representa la reacción de cada variable cuando no existe dolarización, mientras que la línea discontinua representa la reacción cuando si existe dolarización, sin consider en ambos casos la intervención cambiaria. La linea solida consiste en el caso con dolarización e intervención cambiaria. Tal como se puede observar en estas figuras, los principales efectos de eliminar la dolarización serían el de incrementar la potencia de la política monetaria para afectar el producto y el de reducir la vulnerabilidad de la actividad económica a choques en la tasa de interés externa.

Así, considerando el caso sin intervención cambiaria, el modelo predice que sin dolarización ante un incremento en 100 puntos básicos de la tasa de interés de corto plazo el producto se reduciría luego de tres trimestres en 6 puntos básicos más que en el caso que exista dolarización, 38 puntos básicos versus 32. En el caso de la respuesta de la inflación, esta sería menor sin dolarización en 10 puntos básicos, debido, principalmente, al efecto de la reducción en dolarización de precios que incrementa la elasticidad de la inflación ante variaciones en el tipo de cambio. Si consideramos el caso de una economía dolarizada con intervención cambiaria, el tipo de cambio responde más gradualmente, pero los efectos son más persistentes que en los casos sin intervención. Por esta razón, el efecto sobre la actividad económica es menor y el efecto se vuelve mucho más persistente.

La figura 5 muestra los resultados de un incremento de 100 puntos básicos en la tasa de interés internacional. Considerando el caso sin intervención cambiaria, en una economía dolarizada el nivel de actividad económica se reduce en forma considerable luego de 3

trimestres, en comparación al caso de una economía sin dolarización cuyo efecto es casi nulo después de ese lapso de tiempo. Si comparamos el mismo caso con el de una economía con dolarización e intervención cambiaria, se observa que la intervención cambia el impacto del choque externo a la actividad económica, eliminando sus efectos recesivos. Lo que implicaría que la intervención cambiaria reduce la vulnerabilidad de la economía doméstica a cambios no esperados en la tasa de interés internacional.

Esta diferencia se explica principalmente por el funcionamiento del mecanismo de hoja de balance o acelerador financiero en economías con dolarización. El incremento de la tasa de interés internacional genera en la economía una depreciación de la moneda doméstica que incrementa el tipo de cambio real. Este aumento en el tipo de cambio real genera, cuando existe dolarización, un efecto hoja de balance negativo que reduce la inversión privada que más que compensa el efecto positivo de la depreciación en las exportaciones. Cuando no existe dolarización el efecto negativo de la hoja de balance no está presente y por tanto, el aumento en el tipo de cambio real, genera un aumento de las exportaciones y consecuentemente una mayor brecha producto.

Estos resultados reflejan principalmente el funcionamiento del acelerador financiero en economías dolarizadas. El cual hace menos potente la política monetaria como herramienta para estabilizar la inversión privada y a través de este canal, el producto. Por otro lado, el acelerador financiero también hace más sensible la inversión privada a choques externos.

5.3.2 Rol de las Fricciones Nominales

De no existir fricciones nominales la política monetaría tendría un rol poco importante para estabilizar la inflación a través de la demanda agregada. Sin embargo, tanto para el Perú como para otras economías existe evidencia empírica que avala, por un lado, la existencia de fricciones nominales (costos de menú por ejemplo) y por otro lado, un impacto de la política monetaria sobre la actividad económica. En la calibración del modelo se incluyeron las rigideces nominales para considerar los dos puntos anteriores. Asimismo, en la replicación de los momentos de inflación han sido fundamentales la inclusión de estas rigideces. En esta sub-sección se resalta el rol de las rigideces nominales. Para ello se comparan las respuestas a un choque monetario del modelo base con aquellas generadas en un modelo sin fricciones nominales, esto es, $\lambda_S = \lambda_D = \lambda_X = \lambda_M = \theta^S = \theta^D = \theta^X = \theta^M = 0.001$.

La figura 6 muestra la respuesta a un choque monetario (una desviación estándar en mon_t). Las respuestas al choque monetario de las variables del modelo con fricciones nominales (modelo base) se grafican en negrillas y, por su parte, la línea ínter-cortada describe la dinámica del modelo con precios flexibles. La inflación y la tasa de interés nominal están en unidades anualizadas en tanto que el producto se define en términos de sus desviaciones respecto al estado estacionario (desviaciones porcentuales).

En la figura se observa que seguidamente al choque de política monetaria no anticipado, caen tanto el producto como la inflación y, como es de esperarse, el tipo de cambio nominal se aprecia. Esta dinámica es cualitativamente similar para ambos escenarios (precios rígidos y precios flexibles). Sin embargo, es evidente la importancia de las fricciones nominales para caracterizar la dinámica de los datos.

En primer lugar, el modelo con fricciones nominales genera una respuesta menor en impacto pero más persistente en la inflación. En impacto, la caída en la inflación no es tan fuerte, esto se debe a que los precios se ajustan gradualmente. Consecuentemente, la contracción en el producto en este modelo es más pronunciada y persistente. En general, las fricciones nominales agregan persistencia endógena a la dinámica. Por su parte, como es de esperarse, en el modelo con precios flexibles el ajuste se da a través de los precios y en menor medida a través de las cantidades.

En segundo lugar, el modelo con fricciones nominales ayuda a replicar una dinámica en forma de ojiva tanto en la inflación como en el producto, dinámica menos evidente en el modelo con precios flexibles. Nótese también que en el modelo con precios flexibles la mayor parte del impacto en la inflación (en el periodo corriente) viene dado por el efecto traspaso del tipo de cambio. Con relación al tipo de cambio nominal, son la rigideces en el sector exportador e importador las que agregan persistencia a la dinámica del tipo de cambio nominal.

Como se señaló en la sub-sección en la que se detalla los choques monetarios, la evidencia empírica muestra que la política monetaria opera con rezagos. Esta evidencia es consistente con la dinámica de la inflación y del producto que produce el modelo con rigideces nominales descrito en la figura 6. Más interesante aun, las fricciones nominales son relevantes para una economía abierta y pequeña con dolarización.

5.3.3 Manejo de Expectativas

En esta sub-sección se muestra cómo la habilidad del banco central en dar una señal de sus política futuras favorece a mantener la estabilidad tanto de los precios como del producto. En el experimento se consideran dos escenarios. En el primero el banco central es capaz de señalar, al sector privado, sus intenciones de política monetaria exitosamente. En el segundo, los agentes privados creen que el banco central va a optar por una política monetaria acomodaticia, es decir, no va a responder agresivamente a la inflación.

Para resaltar el ejercicio de credibilidad se simplifica el modelo de tal forma que las expectativas tengan mayor peso que la información pasada (componente rezagado del modelo). Para ello se eliminan hábitos en el consumo y las fricciones en el mercado laboral. Asimismo, se eliminan las indexaciones en las curvas de oferta agregada. En estricto se asume $h = \lambda_{wp} = \lambda_S = \lambda_D = \lambda_X = \lambda_M = 0$. Adicionalmente, para realizar el experimento se supone que el choque que genera la dinámica a la economía es un choque de costos o márgenes, mup_t. Este es un choque a la ecuación de oferta agregada de la inflación doméstica el cual es bastante persistente. Se asume un grado de persistencia, ρ_{mup}, en el choque de 0.95. Esto último toma en consideración el grado de auto correlación de la inflación doméstica que se observa en la data peruana.

La política monetaria agresiva se caracteriza asumiendo que el banco central reacciona sólo a la inflación $(\varphi_y = 0)$. El coeficiente sobre inflación, φ_π, es 1.5, lo cual implica que el banco central aumenta su tasa de interés en 150 puntos básicos por cada 100 puntos básicos de aumento en la tasa de inflación. En este caso, el sector privado entiende que el banco central mantendrá esta política agresiva hacia el futuro de manera indefinida, es decir, el banco central es creíble en sus intenciones. Por su parte, en el segundo caso, los agentes privados no creen en las intenciones de política del banco central, más aun perciben que el banco central seguirá una política monetaria acomodaticia sin ninguna intención de controlar la inflación. Para materializar esta política acomodaticia se asume que los agentes privados esperan que el banco central aumente su tasa de interés en 100 puntos básicos por cada incremento en 100 puntos básicos en la tasa de inflación. En la práctica, se implementa este escenario asumiendo un coeficiente sobre la inflación, φ_π, de 1.0001 como lo sugieren Gali y Gertler (2007)[36].

[36] En un contexto de economía cerrada se debe asumir un valor para φ_π ligeramente superior a 1 para

Adicionalmente, cuando la política monetaria no es creíble, se asume que el banco central trata de disminuir la inflación aumentando la tasa de interés lo necesario para contraer la demanda agregada en la misma cantidad cada período como si se seguiría una política agresiva y perfectamente creíble. No obstante, el problema que el banco central enfrenta es que el mercado espera una política monetaria acomodaticia. Por lo tanto, para generar la misma contracción en el producto que se obtendría en el caso de un banco central creíble, es necesario que el banco aumente fuertemente la tasa de interés hoy día. Dada la reversión de las expectativas a la política acomodaticia en el futuro, el banco central debe compensar hoy día con un aumento extra en la tasa de corto plazo para así lograr estabilizar la demanda agregada. Contrariamente, un banco central creíble, cuenta con los beneficios de afectar las expectativas y consecuentemente a la curva de plazos o de rendimiento. Lo más interesante es que un banco central creíble contrae la demanda agregada no sólo por el aumento en las tasas hoy día, sino también creando expectativas de que las tasas de interés futuras serán lo suficientemente altas de tal forma que se logre inducir un menor producto en el futuro. Por lo tanto, si el banco central no es creíble, la única forma de afectar actividad es a través del impacto de movimientos en la tasa de interés corriente.

En la tabla 3 se reportan los resultados de este experimento. En particular se muestran las respuestas de la inflación, el producto y la tasa de interés que el modelo produce en los dos primeros años luego del choque bajo los dos escenarios antes descritos. El periodo cero es el momento del choque. Se presentan los impactos acumulados al primer y segundo año. En cada escenario el banco central aumenta la tasa de interés para contrarrestar aumentos en la inflación. Nótese que la disminución en el producto es la misma para ambos escenarios. Sin embargo, para el caso de un banco central no creíble, el aumento en la inflación se incrementa significativamente. Por ejemplo, luego de un año la inflación aumenta 0.33% cuando el banco central es creíble, en tanto cuando no lo es, aumenta en 1.12%. El mecanismo que subyace este resultado es el rol de las expectativas. Cuanto más creíble sea el banco central, mayor será el efecto del banco central sobre las tasas de interés en el futuro. Asimismo, es importante resaltar el comportamiento de las tasas de política

garantizar determinación de un único equilibrio estacionario. En un contexto de economía abierta las condiciones de determinación cambian y se puede ser más flexible en este aspecto, dependiendo del tipo de regla que se considera (ver Llosa y Tuesta 2008).

en ambos escenarios. Luego de un año, bajo el escenario de un banco central creíble, la tasa de interés aumenta en 0.26%. Por su parte, en el caso de un banco central no creíble el aumento es mayor, 0.34%. Lo anterior indica que para generar la misma contracción en el producto en el escenario no creíble, es necesario que el banco aumente fuertemente la tasa de interés hoy día. Por lo tanto, dada la reversión de las expectativas a la política acomodaticia que seguirá el banco en el futuro, para estabilizar el producto al mismo nivel que obtendría un banco central creíble, se debe compensar hoy día con un aumento extra en la tasa de corto plazo para así lograr desacelerar la demanda agregada.

Tabla 3: Respuesta del Producto, Inflación y Tasas de Interés ante un Choque de Costos

(Cambios en las variables respecto a su estado estacionario)

	Política Creíble			**Política no Creíble**		
Periodo Luego del Choque	Inflación (%)	Producto (%)	Tasa de Interés (%)	Inflación (%)	Producto (%)	Tasa de Interés (%)
0	0.33	-0.20	0.15	1.12	-0.20	0.34
1 año	0.16	-0.27	0.26	0.74	-0.27	0.34
2 años	0.09	-0.24	0.18	0.14	-0.24	0.21

En resumen, este experimento muestra que si un banco central es capaz de controlar y guiar las expectativas de los agentes privados, puede controlar la inflación a un menor costo. Por lo tanto, el dilema entre estabilizar la inflación y el producto será menor y consecuentemente la efectividad de la política monetaria será mayor. Asimismo, el experimento resalta los riesgos de una política monetaria acomodaticia al reducir la potencia de la misma por el menor control de las expectativas de los agentes privados. Finalmente, el experimento ayuda a explicar por qué es necesario que el banco central asigne un peso considerable a su política de comunicación de sus futuras acciones.

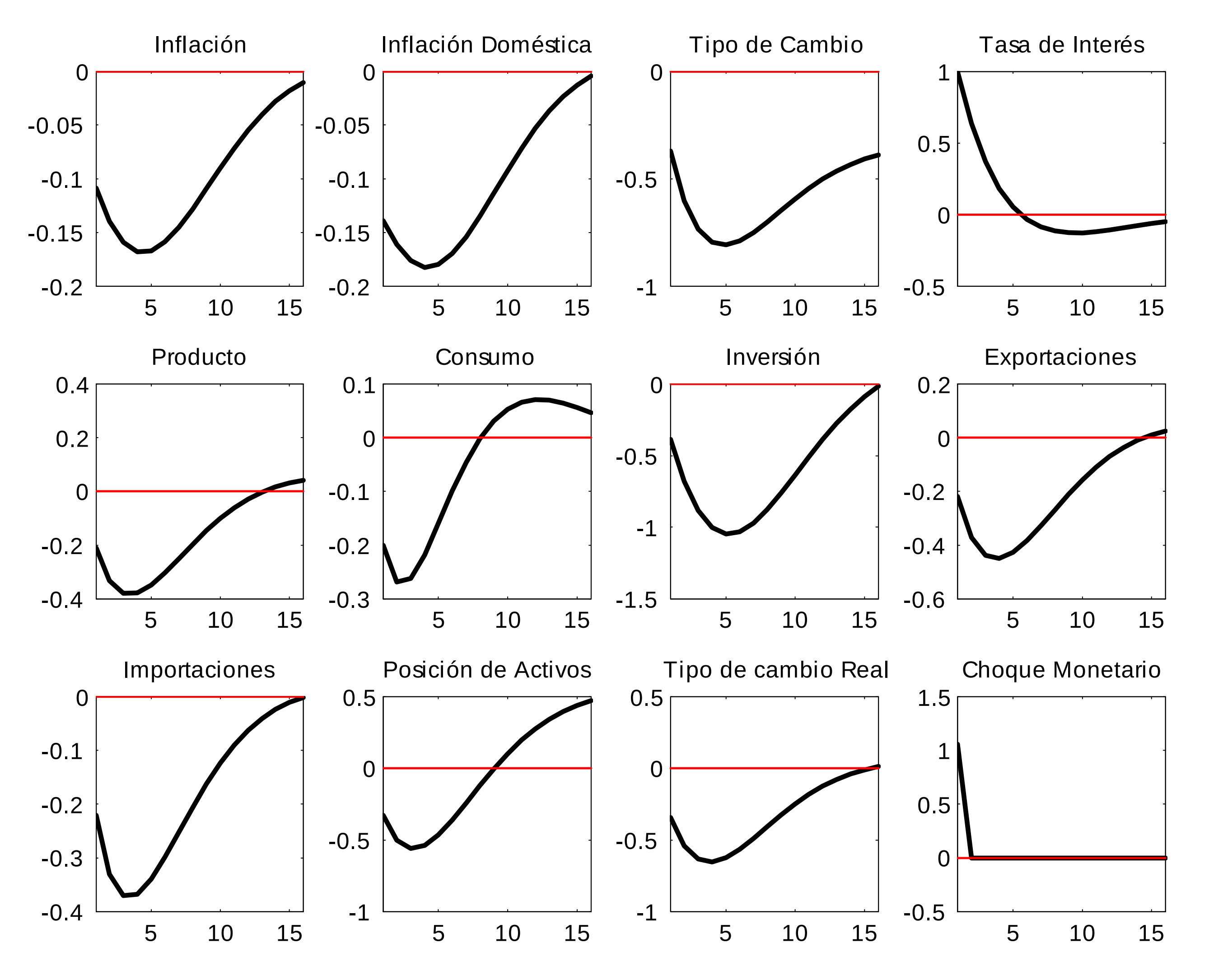


Figura 2: Respuestas a impulsos: choque de Politica Monetaria

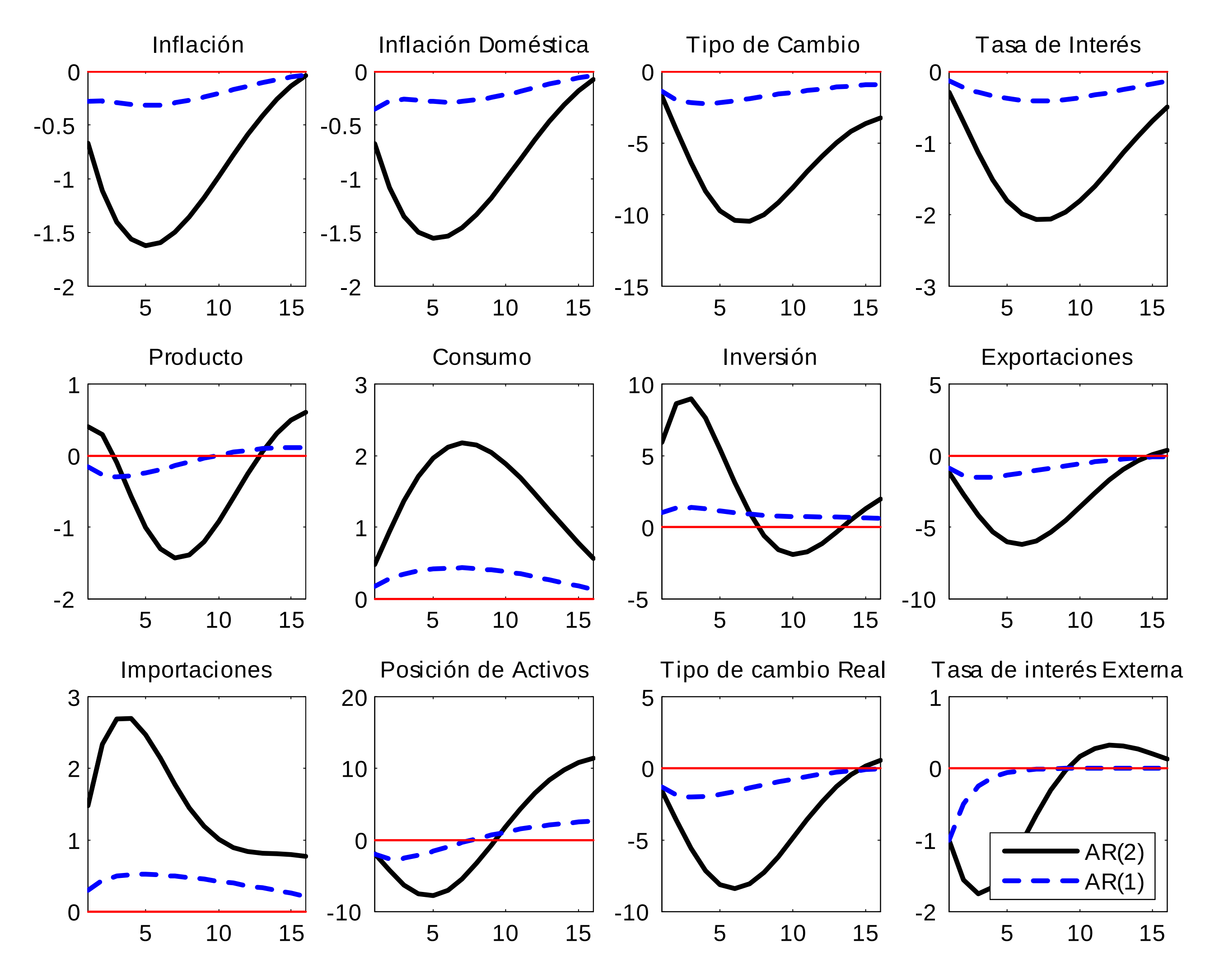


Figura 3: Respuestas a Impulsos: Choque de Tasa de Interés Externa

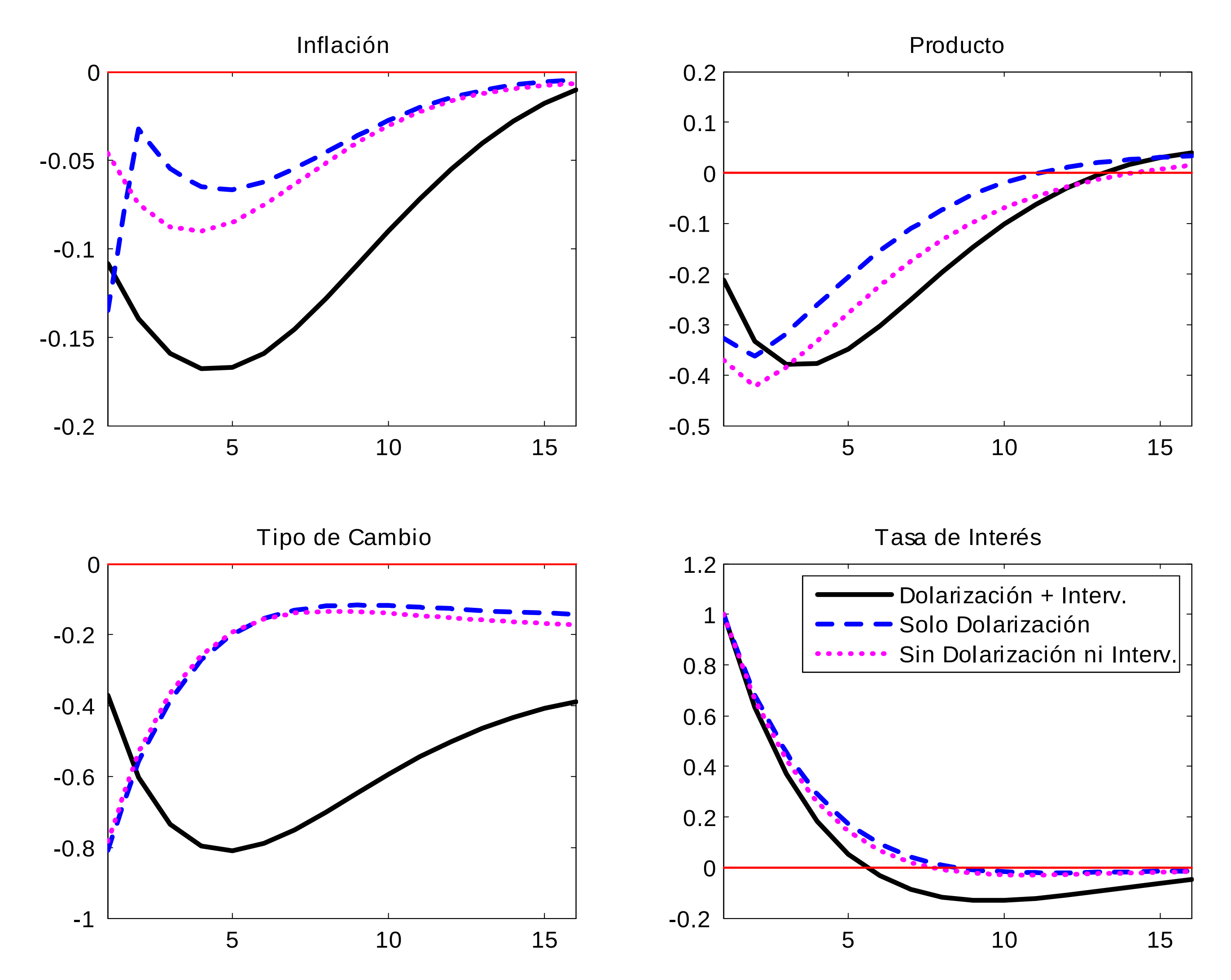


Figura 4: Contrafactual Dolarización; FRI a choque de Tasa de Interés Doméstica

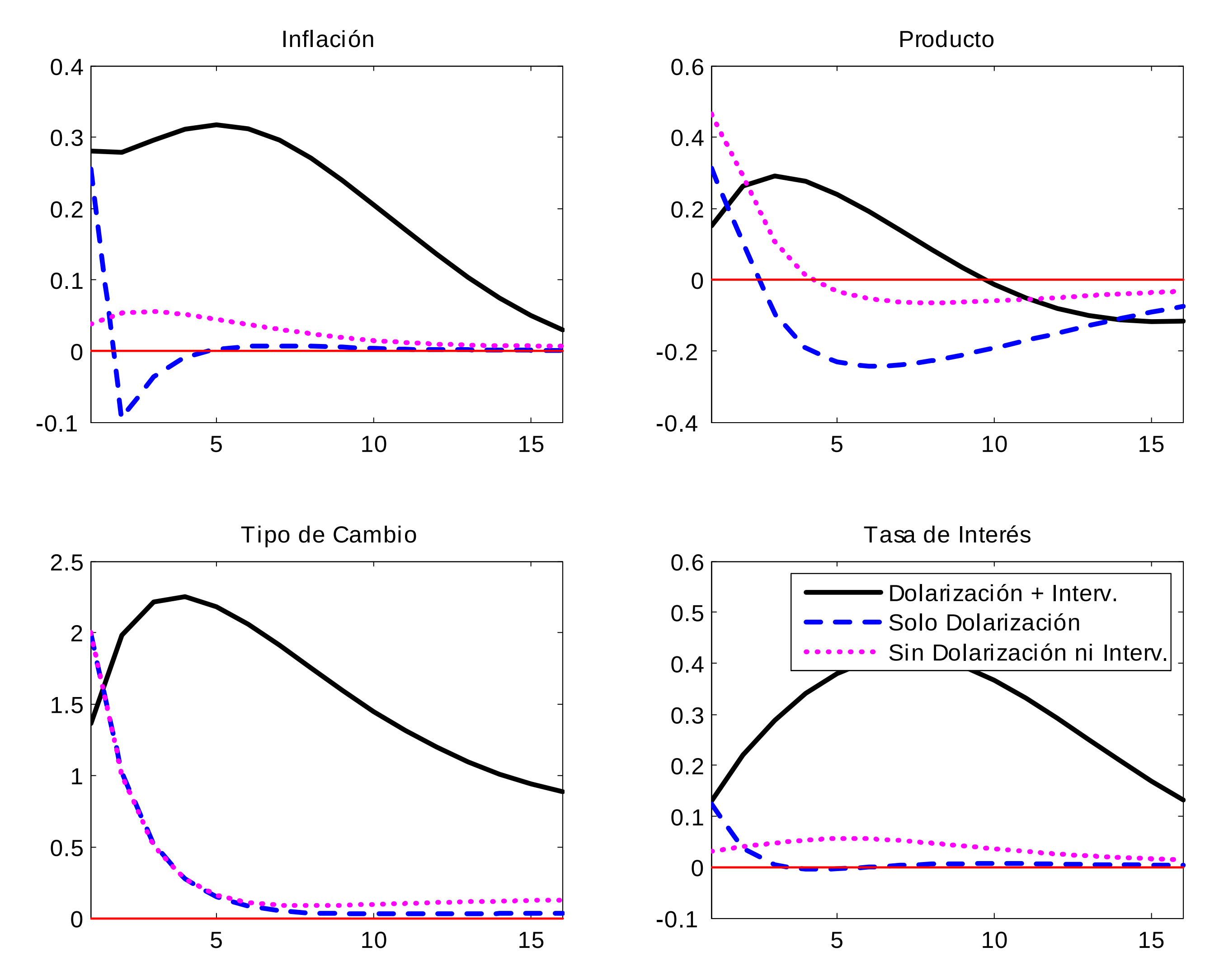


Figura 5: Contrafactual Dolarización; FRI a choque de Tasa de Interés Externa

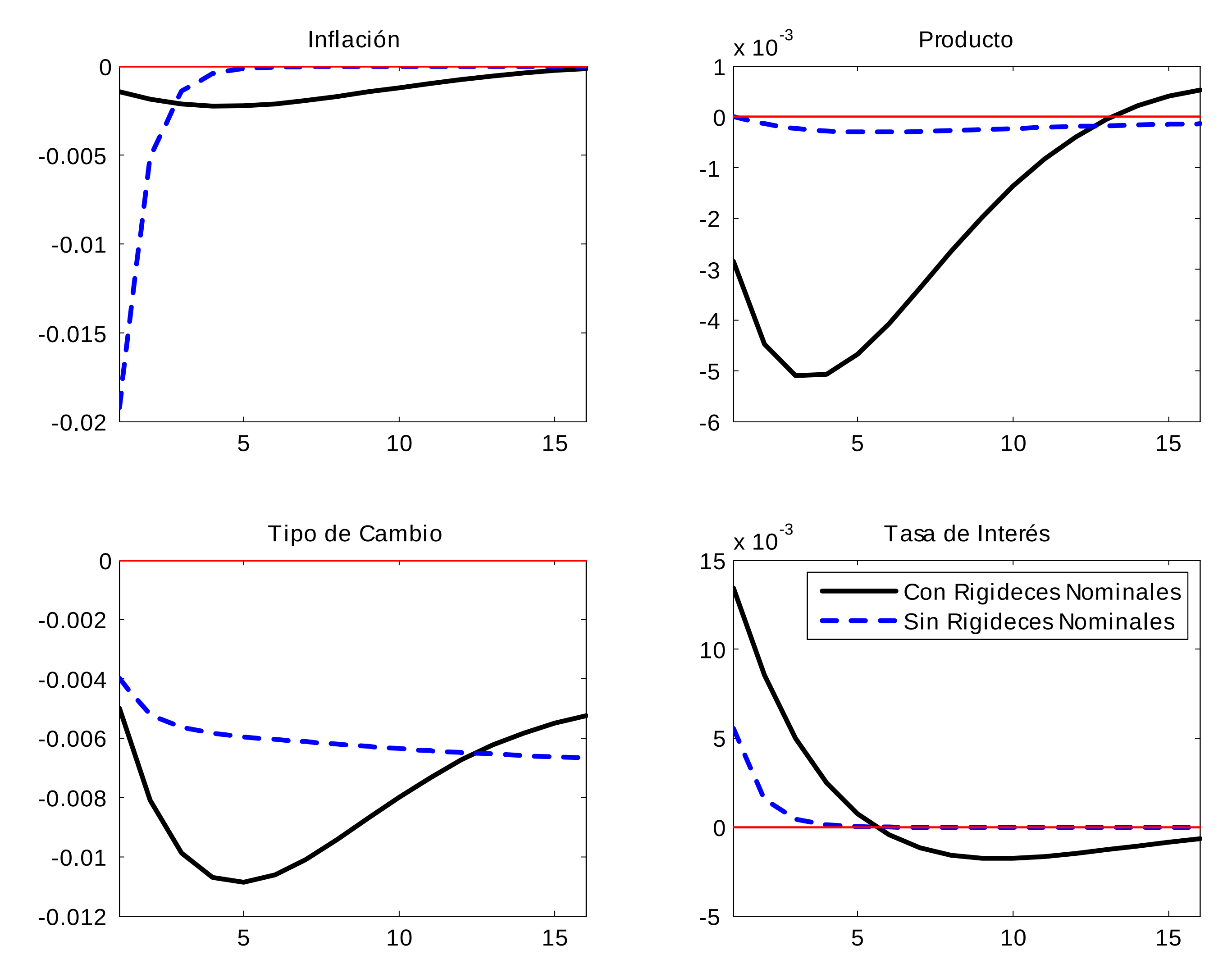


Figura 6: Efectos de Rigideces Nominales; FRI a choque de Tasa de Interés Doméstica

6 Conclusiones

En este documento se ha desarrollado un modelo de equilibrio general estocástico con dolarización parcial para realizar análisis de política, el cual ha sido calibrado para replicar algunas regularidades empíricas de la economía peruana. En particular, el modelo reporta un buen desempeño para explicar varianzas, correlaciones y autocorrelaciones de las principales variables macroeconómicas. Sin embargo, quedan pendiente algunos hechos estilizados por explicar, como por ejemplo la correlación negativa entre el tipo de cambio real y el producto y la alta prociclicidad del consumo.

Entre los resultados principales se encuentra que la dolarización reduce la potencia de la política monetaria para afectar el producto y aumenta la vulnerabilidad de la actividad económica a choques de la tasa de interés externa. Asimismo, se realiza un experimento que resalta la importancia de la credibilidad de la autoridad monetaria en el manejo de las expectativas de los agentes, y su consecuente mejor control de la inflación. En particular, se muestra que si el compromiso del banco central para controlar la inflación no es creíble, la autoridad monetaria deberá hacer mayores ajustes en la tasa de interés y los costos en términos de inflación serán también mayores.

Esta investigación forma parte de un proyecto desarrollado por la Sub-gerencia de Investigación de la Gerencia Central de Estudios Económicos del BCRP, que tiene como objetivo mejorar el proceso de proyección de la inflación del BCRP. La estructura del modelo presentada es bastante flexible y por ello permite ser ampliada para incorporar otros ingredientes que se consideren importantes para explicar los mecanismos de transmisión de la política monetaria y hacer análisis de política para Perú. Entre los elementos que serian de importancia de incluir en el modelo se encuentran: el rol de la política fiscal, a través del análisis de distintas reglas de política fiscal y la inclusión de consumidores con restricciones en el acceso al crédito; el sector primario exportador que sea tomador de precios; el sector informal en el mercado laboral, el sector de producción no transable y diferentes formas de expectativas de los agentes económicos distintas a las expectativas racionales, como son por ejemplo aprendizaje y credibilidad imperfecta. Asimismo, la siguiente etapa del proyecto incluiría la estimación del modelo mediante econometría bayesiana, y su uso en tiempo real para realizar proyecciones macroeconómicas y estimación de variables no observables.

Referencias

[1] Álvarez, L. (2007), "What Do Micro Price Data Tell Us on the Validity of the New Keynesian Phillips Curve?", Kiel Working Papers N° 1330, Kiel Institute for World Economics.

[2] Armas, A., N. Batini y V. Tuesta (2007), "Peru's Experience with Partial Dollarization and Inflation Targeting", IMF Selected Issues Paper, 31-46.

[3] Batini, N., P. Levine, y J. Pearlman (2006), "Optimal Exchange Rate Stabilization in a Dollarized Economy with Inflation Targets", Documentos de Trabajo DT 2008-004, Banco Central de Reserva del Perú.

[4] Benigno, P. (2009), "Price Stability with Imperfect Financial Integration", Journal of Money, Credit and Banking 41(S1), 121-149.

[5] Benigno, P. y M. Woodford (2005), "Inflation Stabilization and Welfare: The Case of a Distorted Steady State", Journal of the European Economic Association 3(6), 1185-1236.

[6] Bernanke, B., M. Gertler y S. Gilchrist (1999) "The financial accelerator in a quantitative business cycle framework", Handbook of Macroeconomics 1(C), 1341-1393.

[7] Blanchard, O y J. Gali (2007), "Real Wage Rigidities and the New Keynesian Model", Journal of Money, Credit and Banking 39(1), 35-66.

[8] Calvo, G. (1983), "Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework", Journal of Monetary Economics 12(3), 383-398.

[9] Castillo, P. (2006a), "Monetary Policy under Currency Substitution", Mimeo, Banco Central de Reserva del Perú.

[10] Castillo, P. (2006b), "Optimal Monetary Policy and Endogenous Price Dollarization", Mimeo, Banco Central de Reserva del Perú.

[11] Castillo, P. y C. Montoro (2004), "Income Distribution and Endogenous Dollarization", Mimeo, London School of Economics y Banco Central de Reserva del Perú.

[12] Castillo, P., C. Montoro y V. Tuesta (2007a), "Hechos estilizados de la economía peruana", Estudios Económicos N° 14, Banco Central de Reserva del Perú.

[13] Castillo, P., C. Montoro y V. Tuesta (2007b), "Inflation Premium and Oil Price Volatility", CEP Discussion Paper N° 782, London School of Economics.

[14] Castillo, P., C. Montoro y V. Tuesta (2006a), "An Estimated Stochastic General Equilibrium Model with Partial Dollarization: A Bayesian Approach", Working Papers N° 381, Banco Central de Chile.

[15] Castillo, P., C. Montoro y V. Tuesta (2006b), "Measuring the Natural Interest Rate for the Peruvian Economy", Monetaria 29(3).

[16] Céspedes, L., R. Chang, y A. Velasco (2004), "Balance sheets and exchange rate policy", American Economic Review 94(4), 1183–1193.

[17] Chari, V. V., P.Kehoe y E. McGrattan (2002), "Can Sticky Price Models Generate Volatile and Persistent Real Exchange Rates?", Review of Economic Studies 69(3), 533-563.

[18] Christensen, I. y A. Dib (2008), "The Financial Accelerator in an Estimated New Keynesian Model", Review of Economic Dynamics 11(1), 155-178.

[19] Christiano, L., M. Eichenbaum y C. Evans (2005), "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy", Journal of Political Economy 113(1), 1-45.

[20] Clarida, R., J. Gali y M. Gertler (1999), "The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective", Journal of Economic Literature 37(4), 1661-1707.

[21] Clarida, R., J. Galí y M. Gertler (2000), "Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability: Evidence and Some Theory", Quarterly Journal of Economics 115(1), 147-180.

[22] De Paoli, B. (2009), "Monetary Policy and Welfare in a Small Open Economy", Journal of International Economics 77(1), 11-22.

[23] Del Negro, M. F. Schorfheide, F. Smets, y R.Wouters (2007), "On the Fit of New Keynesian Models", Journal of Business of Economic and Statistics 25, 123-161.

[24] Devereux, M., P. Lane y J. Xu (2006), "Exchange Rates and Monetary Policy in Emerging Market Economies", Economic Journal 116(511), 478-506.

[25] Domac, I. y M. Martinez Pería (2003). "Banking Crisis and Exchange rate regimes: is there a link?", Journal of Monetary Economics 61(1),41-72.

[26] Elekdag, S., A. Justiniano y I. Tchakarov (2006), "An Estimated Small Open Economy Model of the Financial Accelerator", IMF Staff Papers 53(2), 219-241.

[27] Felices, G. y V. Tuesta (2007), "Política monetaria en un entorno de dos monedas", Documentos de Trabajo DT 2007-006, Banco Central de Reserva del Perú.

[28] Ferreyra, J. y J. Salas (2006), "Tipo de cambio real de equilibrio en el Perú: modelos BEER y construcción de bandas de confianza", Documentos de Trabajo DT 2006-006, Banco Central de Reserva del Perú.

[29] Galí, J., D. López-Salido, y J. Vallés (2007), "Understanding the Effects of Government Spending on Consumption", Journal of the European Economic Association 5(1), 227-270.

[30] Galí, J. y M. Gertler (2007), "Macroeconomic Modeling for Monetary Policy Evaluation", Journal of Economic Perspectives 21(4), 25-46.

[31] Gali, J. y T. Monacelli (2005), "Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy", Review of Economic Studies, 72(3), 707-734.

[32] Gertler, M., S. Gilchrist y F. Natalucci (2007), "External Constraints on Monetary Policy and the Financial Accelerator", Journal of Money, Credit and Banking 39(2-3), 295-330.

[33] Ize, A. y E. Parrado (2006), "Real Dollarization, Financial Dollarization, and Monetary Policy", Documento de trabajo N° 375, Banco Central de Chile.

[34] Kollman, R, (2002), "Monetary Policy Rules in the Open Economy: Effects on Welfare and Business Cycles", Journal of Monetary Economics 49(5), 989-1015.

[35] Levy-Yeyati, E. (2006), "Financial Dollarization: Evaluating the consequences", Economic Policy 21(45), 61-118.

[36] Llosa, G. y S. Miller (2005), "Usando información adicional en la estimación de la brecha producto en el Perú: una aproximación multivariada de componentes no observados", Documentos de Trabajo DT 2005-004, Banco Central de Reserva del Perú.

[37] Llosa, G. y V. Tuesta (2008), "Determinacy and Learnability of Monetary Policy Rules in a Small Open Economy", Journal of Money Credit and Banking.40(5), 1033-1063.

[38] Lucas, R. (1976), "Econometric Policy Evaluation: A Critique", Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1(1), 19-46.

[39] Monacelli, T. (2005), "Monetary Policy in a Low Pass-Through Environment", Journal of Money, Credit and Banking 37(6), 1047-1066.

[40] Montoro, C. (2006), "Dolarización de Precios", Nota de Estudio N° 10, Banco Central de Reserva del Perú.

[41] Montoro, C. y E. Moreno (2007), "Structural Fiscal Rules and The Business Cycle", Documento de trabajo DT 2007-11, Banco Central de Reserva del Perú.

[42] Montoro, C. (2007), "Monetary Policy Committees and Interest Rate Smoothing", CEP Discussion Papers DP 0780, London School of Economics.

[43] Nakamura, E. y J. Steinsson (2008), "Five Facts about Prices, a Reevaluation of Menu Cost Models", Quarterly Journal of Economics 123(4), 1415-1464.

[44] Obstfeld, M. y K. Rogoff (1995), "Exchange Rate Dynamics Redux", Journal of Political Economy 103(3),624-660.

[45] Rabanal, P. y V. Tuesta (2006), "Euro-Dollar Real Exchange Rate Dynamics In an Estimated Two-Country Model: What is Important and What is Not", Discussion Paper N° 5957, Centre for Economic Policy Research.

[46] Rabanal, P. y V. Tuesta (2007), "Non Tradable Goods and the Real Exchange Rate", Working Paper N° 03/200, Caja de Ahorros y Pensiones de Barcelona "la Caixa".

[47] Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe (2003), "Closing small open economy models", Journal of International Economics 61(1), 163-185.

[48] Smets, F. y R. Wouters (2003), "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area", Journal of the European Economic Association 1(5), 1123-1175.

[49] Smets, F. y R. Wouters (2007), "Shocks and frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach", American Economic Review 97(3), 586-606.

[50] Sutherland, A. (2005), "Incomplete Pass-Through and the Welfare Effects of Exchange Rate Variability", Journal of International Economics 62(5), 375-399.

[51] Lai, H. y D. Trefler (2002), "The Gains from Trade: Standard Errors with the CES Monopolistic Competition Model", Working Paper N° 9169, National Bureau of Economic Research.

[52] Rotemberg, J. y Mi. Woodford (1997), "An Optimization-based econometric Framework of the Evaluation of Monetary Policy", NBER Macroeconomics Annual, 12,297-346.

[53] Tovar, C. (2005), "The Mechanism of Devaluations and the Output Response in a DSGE Model: How Relevant is the Balance Sheet Effect?", Working Paper N° 192, Bank of International Settlements.

[54] Tovar, C. (2006), "An Analysis of Devaluation and Output Dynamics in Latin American Using an Estimated DSGE Model", Mimeo, Bank of International Settlements.

[55] Tovar, C. (2007), "DSGE models for policy analysis at central banks: an overview of issues and challenges", Working Papers N° 258, Bank of International Settlements.

[56] Wicksell, K. (1898), "Interest and Prices", traducción en ingles por R. F. Kahn, Londres Macmillan, para la Royal Economic Society, 1936. Reimpreso en Nueva York Augustus M. Kelley, 1962.

[57] Woodford, Michael (2003), "Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy", Macroeconomic Dynamics 9(3), 462-468.

A La Versión Lineal del Modelo

Las simulaciones de política monetaria y los pronósticos de inflación se basan en la versión lineal (aproximación log-lineal respecto al estado estacionario) del modelo presentado en el documento. Esta versión se obtiene tomando una aproximación de primer orden a las condiciones de eficiencia de los problemas del consumidor y de las firmas alrededor del estado estacionario. El sistema lineal resultante consiste en un conjunto de ecuaciones en diferencia estocásticas, cuya solución es un sistema de ecuaciones lineales que vincula las variables endógenas del modelo con las variables de estado. Las variables de estado pueden ser choques, como el de productividad o la tasa de interés internacional, o variables endógenas rezagadas, como el nivel de capital del periodo anterior.

Existen varias características del modelo que lo diferencian marcadamente de los modelos Keynesianos de los 70s. Primero, en el modelo todos los parámetros de las ecuaciones son combinaciones de parámetros estructurales asociados a preferencias, tecnología y al comportamiento del banco central y el gobierno. En ese sentido, el modelo no esta sujeto a la crítica de Lucas. Segundo, las expectativas en el modelo son racionales y no siguen ninguna regla *ad hoc* como en los modelos de la generación anterior. Finalmente, el comportamiento del banco central se define a partir de una regla de tasa de interés, como ocurre con la política monetaria de la mayoría de bancos centrales del mundo, y no mediante una regla de tasa de crecimiento de la cantidad de dinero, supuesto característico de la generación previa de modelos.

Para facilitar la exposición del modelo, el sistema de ecuaciones que lo describen han sido agrupadas en cuatro bloques. El bloque de demanda agregada, que comprende el consumo, la inversión, las exportaciones e importaciones. El bloque de la oferta agregada, que esta determinado por las ecuaciones de inflación, el mercado de trabajo y el mercado de capital. El tercer bloque, sector externo, resume la interacción de la economía con el resto del mundo. Finalmente, el cuarto bloque está determinado por la regla de política del banco central.

El modelo consta de 50 ecuaciones principales, más 7 procesos autoregresivos que determinan la evolución de choques exógenos[37]. Las variables definidas en minúsculas cor-

[37] Entre los choques exogenos tenemos: preferencias (ξ_t), a la paridad descubierta de la tasa de interés (pdi_t), a la productividad doméstica (a_t), a los márgenes de los sectores de producción doméstica (mup_t),

responden a la diferencia en logaritmos neperianos de la variable en nivel respecto a su estado estacionario. Esto es: $x_t = \ln X_t - \ln X$.

A.1 Demanda Agregada

La demanda agregada está determinada por la siguiente ecuación:

$$y_t = \phi_{ABS} abs_t + \phi_X y_t^X - \phi_M y_t^M \tag{A.1}$$

donde y_t representa el producto bruto interno (PBI), abs_t , la demanda interna o absorción, y_t^X las exportaciones e y_t^M las importaciones, respectivamente. Asimismo, ϕ_{ABS}, ϕ_X y ϕ_M corresponden a los valores en estado estacionario del ratio de la absorción, exportaciones e importaciones sobre el PBI. Asociado al PBI se encuentra su deflactor, t_t^{def}, el cual se se define en términos relativos al índice de precios al consumidor (IPC):

$$t_t^{def} = \phi_X \left(rer_t + t_t^X \right) - \phi_M t_t^M \tag{A.2}$$

donde t_t^X es el índice de precios a la exportación en términos relativos al IPC externo y t_t^M es el índice de precios a la importación relativo al IPC doméstico. rer_t es el tipo de cambio real definido como el valor del IPC externo en términos de moneda doméstica en relación al IPC doméstico, el mismo que adopta la siguiente dinámica:

$$rer_t = rer_{t-1} + \Delta s_t + \pi_t^* - \pi_t \tag{A.3}$$

donde Δs_t es la variación porcentual del tipo de cambio nominal, definido como el precio de la moneda extranjera en términos de la moneda doméstica, π_t^* es la inflación externa y π_t es la inflación del IPC doméstico.

Todas las ecuaciones del modelo resumen el comportamiento racional de un tipo de agente. Por ejemplo, el consumo refleja las decisiones de ahorro de las familias, la inversión el comportamiento de las firmas, y así sucesivamente. El primer componente de la demanda agregada, la absorción interna, está determinado por la suma del consumo, la inversión y el gasto de gobierno:

$$\phi_{ABS} abs_t = \phi_C c_t + \phi_{INV} inv_t + \phi_G g_t \tag{A.4}$$

exportación (mup_t^X) e importación (mup_t^M) y a la tasa de interés de política monetaria (mon_t).

donde ϕ_C , ϕ_{INV} y ϕ_G corresponden a los valores en estado estacionario del ratio del consumo, inversión y gasto público sobre el PBI. Por simplicidad, en esta versión del modelo se ha asumido que los bienes de consumo, de inversión y de gasto público, son idénticos, consecuentemente tienen el mismo índice de precios[38].

A.1.1 Consumo

El consumo agregado, c_t , esta determinado por la suma de las decisiones de consumo de todos los agentes de la economía: las familias, c_t^{fam} y los empresarios, c_t^{emp}

$$c_t = \phi_{fam} c_t^{fam} + \left(1 - \phi_{fam}\right) c_t^{emp} \tag{A.5}$$

donde ϕ_{fam} es la participación en estado estacionario del consumo de las familias sobre el consumo total. La diferencia fundamental entre familias y empresarios es su capacidad para acceder al mercado financiero. Se asume que las familias acceden a un mercado de créditos eficiente, y consecuentemente, no enfrentan restricciones para suavizar su consumo, mientras que los empresarios no tienen acceso a este mercado. Para prestarse, estos últimos agentes tienen que contar con garantías. Aquellos que ofrezcan mejores garantías recibirán una menor tasa de interés.

Esta diferencia al acceso al mercado de créditos afecta de manera importante las decisiones de consumo de cada uno de estos agentes. Para las familias, su consumo no esta restringido por el nivel de sus ingresos corrientes, sino por su ingreso permanente, y por la evolución de la tasa de interés real. Si la tasa de interés real aumenta, las familias van a preferir consumir menos en el periodo actual, y más en el futuro (ahorrar) para aprovechar la mayor tasa de interés real vigente. Este comportamiento racional de las familias se refleja en la siguiente ecuación de Euler:

$$u_{ct} = i_t - E_t \pi_{t+1} + E_t u_{ct+1} \tag{A.6}$$

Esta ecuación iguala el retorno de ahorrar a su costo. El costo de ahorrar esta determinado por la utilidad marginal, u_{ct}, que las familias dejan de percibir por posponer su consumo, mientras que el beneficio o retorno de ahorrar esta determinado por la tasa de interés real,

[38] Por esta razón en la ecuación (A.4) no se incluyen precios relativos.

$i_t - E_t\pi_{t+1}$,valorizada de acuerdo con la utilidad marginal futura, $E_t u_{ct+1}$. Asimismo, la utilidad marginal del consumo está definida por:

$$u_{ct} = -\left(\frac{1}{1-h}c_t^{fam} - \frac{h}{1-h}c_{t-1}^{fam}\right) + vm_t + \xi_t \tag{A.7}$$

donde $0 \leq h < 1$ es el grado de hábitos, vm_t es el efecto del dinero sobre la utilidad marginal y ξ_t es un choque de preferencias. La utilidad marginal del consumo en el modelo no depende únicamente del nivel presente del consumo, como ocurre en los modelos tradicionales, sino también del consumo rezagado y de las tasas de interés nominal en soles y dólares. El valor marginal del consumo depende del nivel de sus hábitos, los cuales son una proporción h del consumo del período anterior. La existencia de hábitos es importante porque genera una respuesta dinámica del consumo agregado a cambios en la tasa de interés real más realista desde el punto de vista empírico. Cuando existen hábitos, el consumo no reacciona instantáneamente ante cambios en la tasa de interés real, sino que la reacción es progresiva, alcanzándose el impacto máximo luego de algunos periodos.

Además, el efecto del dinero sobre la utilidad marginal tiene la siguiente forma:

$$vm = -\Omega\left[\left(1-\delta^{DT}\right)i_t + \delta^{DT}i_t^*\right] \tag{A.8}$$

donde $\Omega \equiv \beta(1-\omega)\left[\frac{(1-b)^{\omega}(1-\beta)^{1-\omega}}{b^{\omega}+(1-b)^{\omega}(1-\beta)^{1-\omega}}\right]$, β es el factor intertemporal de descuento, ω es la elasticidad de sustitución entre consumo y dinero y $0 < b \leq 1$ determina el peso relativo del consumo respecto al dinero en la función de utilidad. δ^{DT} es el ratio de dolarización de transacciones, determinado por el peso relativo de la demanda de dinero en dólares respecto a la de soles en la función de utilidad. i_t y i_t^* son las tasas de interés nominales en moneda doméstica y extranjera, respectivamente.

Como se puede apreciar en la ecuación (A.8), las tasas de interés nominales en moneda doméstica y externa también afectan el consumo de las familias a través de la demanda por dinero y la dolarización de transacciones. En el modelo, para consumir las familias requieren mantener dinero en efectivo, sean estos soles o dólares. Las familias escogen óptimamente la composición de sus saldos monetarios entre soles y dólares comparando el costo de oportunidad de mantener dinero en efectivo con la reducción de los costos de transacción que el dinero genera. Cuanto más dinero mantengan las familias el costo de

transacción asociado al consumo será menor. Si las tasas de interés nominales se reducen, es más barato mantener efectivo, y por tanto el nivel de consumo de las familias aumenta porque se abaratan las transacciones[39]. Si las familias mantienen tanto soles como dólares, entonces también movimientos en la tasa de interés externa afectan negativamente el consumo de las familias.

De otro lado, el consumo de los empresarios tiene una dinámica distinta. Los empresarios simplemente consumen una fracción de su riqueza, que se determina por el valor del patrimonio neto de las empresas de las que son propietarios. Por esa razón, el consumo de los empresarios es proporcional a la evolución de su patrimonio neto, n_t.

$$c_t^{emp} = n_t \tag{A.9}$$

El patrimonio neto de los empresarios es una variable clave del modelo porque además de afectar el consumo de los empresarios, condiciona la dinámica de la inversión en capital. Cuando el patrimonio neto de los empresarios es alto (bajo), la prima por riesgo que pagan las empresas por endeudarse es menor (mayor), y por tanto resulta óptimo invertir más (menos).

A.1.2 Inversión

El otro componente de la absorción interna es la inversión en capital físico. La inversión se determina a partir de la condición de primer orden de las firmas productoras de capital. Condición conocida como la *"Q de Tobin"*, que en su versión log-lineal viene dada por la siguiente ecuación.

$$q_t = \psi_I \left[(inv_t - inv_{t-1}) - \beta \left(E_t inv_{t+1} - inv_t \right) \right] \tag{A.10}$$

donde $\psi_I = \Psi''(1)/\Psi'(1)$ es la elasticidad de los costos de ajuste en estado estacionario. De acuerdo con la ecuación anterior, la inversión depende positivamente del precio del capital, q_t, del nivel esperado de inversión, $E_t inv_{t+1}$, y del nivel de inversión del periodo pasado, inv_{t-1}. Esta dinámica de la inversión refleja la existencia de costos de ajuste, factor que induce a las firmas a cambios más graduales en la inversión. Además, mientras

[39]Esto se cumple bajo el supuesto de que el dinero y el consumo son bienes complementarios, lo cual implica que la tasa de sustitución intertemporal entre estos bienes es menor a uno ($\omega < 1$).

más elásticos sean los costos de ajuste, la inversión se ajusta más lentamente ante cambios en el precio del capital.

Es importante mencionar que la interpretación de la *"Q de Tobin"* en este modelo con imperfecciones en el mercado de capitales es distinta a la de un modelo con mercado de capitales completo. Cuando los mercados de capitales son completos, el precio de capital refleja el valor presente neto de las productividades marginales de capital futuras. Sin embargo, cuando los mercados son incompletos, el precio del capital captura además la evolución del patrimonio neto de los empresarios. En este caso, cuando el patrimonio neto de los empresarios se incrementa, éstos tendrán mayor capacidad para endeudarse y por lo tanto para demandar más capital, presionando al alza del precio del capital. Los detalles del mercado de capital, donde se determina q_t , se presentan más adelante en la sección $A.2$.

A.1.3 Exportaciones, Importaciones y la Demanda por Producción Nacional

Los productores de bienes intermedios domésticos exportan parte de su producción al mercado internacional. Tal como se muestra en la siguiente ecuación, dos variables determinan el nivel de exportaciones: la demanda mundial (y_t^*) y el precio relativo de las exportaciones respecto al IPC externo (t_t^X)

$$y_t^X = -\varepsilon_F t_t^X + y_t^* \tag{A.11}$$

donde ε_F representa la elasticidad sustitución entre bienes domésticos y bienes extranjeros. Así, las exportaciones aumentarán cuando la actividad económica mundial mejore, o cuando éstas se vuelvan relativamente más baratas. A su vez, el precio relativo de las exportaciones depende de la inflación de los precios de exportación y de la inflación de precios externos, tal como se detalla en la siguiente ecuación:

$$t_t^X = t_{t-1}^X + \pi_t^X - \pi_t^* \tag{A.12}$$

donde π_t^X es la inflación de los precios de exportación, la cual tiene la siguiente dinámica:

$$\pi_t^X - \lambda_X \pi_{t-1}^X = \kappa_X mc_t^X + \beta \left(E_t \pi_{t+1}^X - \lambda_X \pi_t^X \right) + mup_t^X \tag{A.13}$$

donde $0 \leq \lambda_X < 1$ es el grado de indexación de los precios de exportación, $\kappa_X \equiv \frac{(1-\theta^X)}{\theta^X}\left(1-\theta^X\beta\right)$ mide la sensibilidad de la inflación de las exportaciones respecto a los costos marginales, la cual depende de la probabilidad de una firma exportadora de no cambiar su precio cada periodo, θ^X. mup_t^X corresponde a choques de costos del sector exportador. Los costos marginales del sector exportador estan dados por:

$$mc_t^X = mc_t - rer_t - t_t^X \tag{A.14}$$

donde mc_t son los costos marginales en términos de unidades de consumo. Es importante destacar que en este modelo la inflación de las exportaciones no es equivalente a la suma de la inflación de precios externos y variaciones en el tipo de cambio. Por el contrario, se asume que variaciones en las variables antes mencionadas se transmiten gradualmente al precio de las exportaciones. Este supuesto, conocido en la literatura como *LCP* (*Local Currency Pricing*) por sus siglas en inglés, permite explicar mejor la dinámica de las exportaciones ante variaciones en el tipo de cambio. En particular, permite un ajuste más gradual y persistente de estas variables antes choques en la economía. Asimismo, el modelo asume que existe cierto grado de indexación en la fijación de precios de exportación, factor adicional que contribuye a generar mayor persistencia en el ajuste de los precios de exportación.

En el caso de las importaciones, tal como muestra la ecuación siguiente, su comportamiento depende del nivel de absorción interna y de su precio relativo:

$$y_t^M = -\varepsilon_H t_t^M + abs_t \tag{A.15}$$

donde ε_H es la elasticidad de sustitución entre bienes importados y aquellos producidos doméesticamente. Así, las importaciones crecerán cuando el nivel de absorción interna sea mayor o cuando su precio relativo se reduzca. Al igual que en el caso de las exportaciones, para el caso de las importaciones también se considera que el precio de importación se ajusta de manera gradual a cambios en sus determinantes. En particular, se cumple la siguiente ley de movimiento para los precios de importación,

$$t_t^M = t_{t-1}^M + \pi_t^M - \pi_t \tag{A.16}$$

donde π_t^M es la inflación de los bienes importados, la cual depende de sus niveles pasados y esperados a futuro, así como también de variaciones de los costos marginales de este sector, mc_t^M :

$$\pi_t^M - \lambda_M \pi_{t-1}^M = \kappa_M mc_t^M + \beta \left(E_t \pi_{t+1}^M - \lambda_M \pi_t^M \right) + mup_t^M \tag{A.17}$$

donde $0 \leq \lambda_M < 1$ es el grado de indexación de los precios de importación y $\kappa_K \equiv \frac{\left(1-\theta^M\right)}{\theta^M} \left(1 - \theta^M \beta\right)$ mide la sensibilidad de la inflación importada respecto a los costos marginales. mup_t^M corresponde a choques de costos del sector importador. En este sector los costos marginales reales están dados por el costo de comprar los bienes en el exterior sobre el precio de las importaciones, el que es igual al indice de desviaciones en la ley de un solo precio, lop_t :

$$mc_t^M = lop_t \tag{A.18}$$

la misma que sigue la siguiente ley de movimiento:

$$lop_t = lop_{t-1} + \Delta s_t + \pi_t^* - \pi_t^M \tag{A.19}$$

Es importante precisar que el esquema de LCP es bastante flexible, en el sentido de que permite, calibrando apropiadamente los parámetros que determinan κ_X , κ_M , generar respuestas más o menos persistentes para estos precios. Así, si se calibra un valor bajo (alto) de rigidez de precios, la inflación de exportaciones e importaciones mostrará también un bajo (alto) grado de persistencia.

Similar a la demanda por importaciones, la demanda por bienes producidos domésticamente , y_t^H, depende de la absorción interna y de su precio relativo:

$$y_t^H = -\varepsilon_H t_t^H + abs_t \tag{A.20}$$

donde el precio relativo de los precios domésticos sobre el IPC, t_t^H, es inversamente proporcional al precio relativo de las importaciones sobre el IPC:

$$t_t^H = -\left(\frac{1-\gamma}{\gamma} \right) t_t^M \tag{A.21}$$

Otro aspecto que es importante resaltar del bloque de demanda agregada es el rol que cumplen las expectativas sobre el estado futuro de la economía. En el modelo, el equilibrio

depende de la formación de expectativas, y consecuentemente, la forma cómo se implemente la política monetaria tiene un efecto muy importante en la determinación del equilibrio.

A.1.4 Gasto Público

Por simplicidad se asume que el gasto público sigue un proceso autoregresivo exógeno de primer orden:

$$g_t = \rho_G g_{t-1} + \epsilon_t^G \tag{A.22}$$

A.2 Oferta Agregada

El segundo bloque del modelo es el de la oferta agregada, en donde se determina fundamentalmente la evolución de la inflación y de los costos marginales de las firmas. En una economía abierta las familias consumen bienes producidos localmente y bienes importados. Consecuentemente, la inflación es un promedio ponderado de la inflación doméstica, asociada a los precios de los productos locales, y la inflación importada. Tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\pi_t = \gamma\pi_t^H + (1-\gamma)\pi_t^M \tag{A.23}$$

En el modelo, el peso de la inflación importada en la inflación total coincide con el grado de apertura a la economía, $(1-\gamma)$. Tal como se mencionó anteriormente, la dinámica de la inflación importada esta determinada, entre otros factores, por la variación del tipo de cambio y de lo niveles pasados y futuros de la misma. Por lo tanto, el modelo implica que cuanto más abierta sea la economía, mayor será el efecto directo de las variaciones en el tipo de cambio a través de la inflación importada en la inflación total, es decir, mayor será el *efecto traspaso* del tipo de cambio.

A su vez, la inflación doméstica se obtiene de la agregación de los precios de las firmas productoras de bienes finales. Cada una de estas firmas tienen el poder de fijar precios de acuerdo con las condiciones de la demanda. Sin embargo, no todas las firmas pueden hacerlo debido a la existencia de rigideces de precios. Siguiendo a Calvo (1983), se asume que en cada periodo las firmas enfrentan una probabilidad fija de cambiar precios. Esta probabilidad es independiente del desalinamiento del precio relativo de la empresa y del tiempo transcurrido desde la última vez que la empresa cambio precios. Este mecanismo de fijación de precios implica que únicamente una fracción de ellas cambia precios y que

el resto de firmas mantiene precios inalterados, y por lo tanto, sus precios relativos se encuentran desalineados temporalmente hasta que tengan la opción de cambiar precios.

A pesar de tener supuestos poco realistas, el mecanismo de fijación de precios a la Calvo tiene la ventaja de facilitar la agregación de las decisiones de precios de las firmas y asimismo de ser consistente con la evidencia empírica que muestra que en economías de baja inflación, la frecuencia de ajuste de precios es estable, tal como predice el modelo de Calvo[40].

Adicionalmente, se considera que en el modelo existe dolarización de precios (DP). La DP implica que una fracción δ^{DP} de las firmas productoras de bienes finales fija sus precios en dólares. Se asume que los precios en dólares también son rígidos y siguen el mismo mecanismo de fijación de precios a la Calvo. De esta manera, la inflación doméstica resulta ser un promedio ponderado de la inflación en soles y de la inflación en dólares más la variación en el tipo de cambio, tal como muestra la siguiente ecuación.

$$\pi_t^H = \left(1 - \delta^{DP}\right) \pi_t^S + \delta^{DP} \left(\pi_t^D + \Delta s_t\right) \tag{A.24}$$

La existencia de dolarización de precios implica que una fracción de los precios de los bienes finales son rígidos en dólares, y por lo tanto, fluctuaciones en el tipo de cambio se traspasan inmediatamente a la inflación doméstica[41]. Sin embargo, esto no implica que los precios en dólares no se ajusten a las condiciones de demanda doméstica. A diferencia de los precios de productos importados, cuyos precios son independientes de las condiciones de demanda interna, los precios domésticos en dólares subirán cuando la demanda agregada se acelere y se reducirán cuando esta pierda dinamismo.

Como se mencionó anteriormente, una de las ventajas del mecanismo de fijación de precios a la Calvo es que facilita la agregación de precios. Bajo el mecanismo de fijación de precios a la Calvo, el precio promedio de los bienes domésticos en la economía es simplemente un promedio ponderado del precio agregado del periodo anterior y del precio

[40] Ver Nakamura y Steinsson (2007) y Alvarez (2007).

[41] Ver Montoro (2006) para evidencia del grado de dolarización de precios en Perú.

óptimo que fijan las firmas que cambian precios.

$$p_t^S = \theta^s p_{t-1}^S + (1 - \theta^s) \left(p_t^{S,o}\right)$$
$$p_t^D = \theta^D p_{t-1}^D + \left(1 - \theta^D\right) \left(p_t^{D,o}\right)$$

donde, θ^Sy θ^D representan la probabilidad de no cambiar precios en soles y dólares respectivamente, y $p_t^{S,o}$, y $p_t^{D,o}$ los precios óptimos que fijan las firmas que cambian precios en soles y dólares, respectivamente. Estas últimas firmas escogen óptimamente el precio relativo que van a fijar considerando que con cierta probabilidad el precio que fijan no va a cambiar en el futuro, y por lo tanto, debe reflejar no sólo las condiciones de costos y demanda actuales sino también las condiciones futuras.

En este contexto, dos variables determinan la inflación doméstica: los costos marginales reales de las firmas y las expectativas de inflación futuras. En el modelo, la inflación será mayor cuando las firmas esperan mayor inflación futura o cuando sus costos marginales reales aumentan. La mayor inflación futura refleja costos marginales futuros más altos, y por lo tanto, implica la necesidad de incrementos futuros de precios. Dado que con cierta probabilidad las firmas no podrán ajustar precios, si las firmas esperan mayor inflación en el futuro resulta óptimo adelantar estos incrementos esperados en los costos marginales al precio actual.

Adicionalmente, con el propósito de mejorar la capacidad de ajuste del modelo a los datos se ha considerado la existencia de indexación. Este mecanismo implica que aquellas firmas que no ajustan precios se benefician de un mecanismo automático de ajuste de precios en función de la inflación del periodo pasado. Considerando los ingredientes antes mencionados, la dinámica de la inflación doméstica en soles y dólares esta determinada por las siguientes dos curvas de Phillips.

$$\pi_t^S - \lambda_S \pi_{t-1}^S = \kappa_S mc_t^S + \beta \left(E_t \pi_{t+1}^S - \lambda_S \pi_t^S\right) + mup_t \tag{A.25}$$
$$\pi_t^D - \lambda_D \pi_{t-1}^D = \kappa_D mc_t^D + \beta \left(E_t \pi_{t+1}^D - \lambda_D \pi_t^D\right) + mup_t \tag{A.26}$$

donde $0 \leq \lambda_i < 1$ es el grado de indexación y $\kappa_i \equiv \frac{\left(1-\theta^i\right)}{\theta^i} \left(1 - \theta^i \beta\right)$ mide la sensibilidad de la inflación del bien tipo i respecto a los costos marginales, para $i = \{S, D\}$. mc_t^S y mc_t^D representan los costos marginales de las firmas domésticas con precios en soles y dólares,

respectivamente[42] y mup_t corresponde a choques de costos.

Los costos marginales en términos de unidades de consumo, mc_t, están definidos por:

$$mc_t = \alpha r_t^H + (1-\alpha)\, wp_t - a_t \quad \text{(A.27)}$$

donde $0 < \alpha < 1$ mide la participación del capital en la función de producción. Los costos marginales dependen del precio de los dos factores de producción: el salario real (wp_t) y el costo de rentar capital (r_t^H). Precios que se determinan en el mercado de trabajo y de capital, respectivamente. Asimismo, el costo marginal depende de la productividad total de factores, a_t. Así, los costos marginales serán mayores cuando la productividad total de factores se reduzca. Esto es debido a que ante una caída de la productividad, los factores de producción se tienen que utilizar más extensivamente para alcanzar el mismo nivel de producción.

Los costos marginales de las firmas que ponen sus precios en soles y dólares son respectivamente:

$$mc_t^S = mc_t - t_t^S \quad \text{(A.28)}$$

$$mc_t^D = mc_t - t_t^S - rpd_t \quad \text{(A.29)}$$

Como se observa, la única diferencia entre el costo marginal en unidades de consumo, mc_t y los costos marginales mc_t^S y mc_t^D son el precio relativo de los bienes con precios en soles sobre el IPC, t_t^S, y el precio relativo de los bienes con precios en dólares respecto al de los bienes con precios en soles, rpd_t. Estos precios relativos siguen la siguiente dinámica:

$$t_t^S = t_{t-1}^S + \pi_t^S - \pi_t \quad \text{(A.30)}$$

$$rpd_t = rpd_{t-1} + \Delta s_t + \pi_t^D - \pi_t^S \quad \text{(A.31)}$$

Los precios relativos afectan los costos marginales reales de las firmas debido a que están deflactados por el índice de precios de cada sector. Así por ejemplo, si el precio que fijan las firmas en dólares se incrementa, su costo marginal mc_t^D, se reduce respecto, a mc_t^S.

[42] Tal como se explicó en la sección 3 del documento, las firmas productoras de bienes finales producen bienes diferenciados a partir de bienes intermedios homogéneos que se producen bajo competencia perfecta utilizando capital y trabajo. Esto implica que los costos marginales de las firmas productoras de bienes finales dependan de los costos marginales de las firmas de bienes intermedios.

Esta diferencia se refleja en el precio relativo, rpd_t.

A.2.1 Mercado de Trabajo

En este mercado se reúnen las familias quienes ofertan trabajo y las firmas que demandan este factor. Para medir la existencia de desempleo se asume que existe una discrepancia entre la tasa marginal de sustitución entre consumo y ocio, que determina la oferta de trabajo y el salario real. Esta discrepancia impide que las familias trabajen el número de horas que desean y por lo tanto puede existir desempleo o sobre empleo en la economía dependiendo de las condiciones macroeconómicas. La siguiente ecuación muestra la evolución del salario real. Como se observa en la ecuación (A.32), el salario real se ajusta gradualmente a cambios en la tasa marginal de sustitución entre consumo y ocio.

$$wp_t = \lambda_{wp} wp_{t-1} + (1 - \lambda_{wp})\, mrs_t \tag{A.32}$$

donde $0 < \lambda_{wp} \leq 1$ mide el grado de rigidez real en el mercado de trabajo y wp_t son los salarios reales. mrs_t es la tasa marginal de sustitución entre trabajo y consumo y u_{lt} es la desutilidad marginal del trabajo, los cuales están definidos por:

$$mrs_t = u_{lt} - u_{ct} \tag{A.33}$$

$$u_{lt} = \eta l_t \tag{A.34}$$

donde η mide la elasticidad de sustitución intratemporal entre consumo y trabajo. El ajuste será más persistente cuando mayor sea λ_{wp}. De otra parte, la tasa marginal de sustitución entre consumo y ocio es a su vez creciente en el nivel de consumo. De esta manera, cuando la economía se encuentran en expansión y el consumo se incrementa, los trabajadores valoran más el ocio y consecuentemente, para el mismo nivel de salario real, reducen su oferta de trabajo. A su vez, esta menor oferta de trabajo presiona los salarios hacia el alza, lo que genera un incremento en los costos marginales de las firmas. Esta relación entre la utilidad marginal del consumo y la oferta de trabajo es el canal a través del cual el modelo genera una relación positiva entre costos marginales y actividad económica. Asimismo, la demanda de trabajo iguala los salarios reales con la suma de la productividad

marginal del trabajo con los costos marginales reales:

$$wp_t = y_t - l_t + mc_t \tag{A.35}$$

Esta última ecuación implica que las firmas demandarán más trabajo cuando menores sean los salarios reales y mayores los niveles de demanda agregada.

A.2.2 Mercado de Capital

La condición de la demanda de capital determina que la tasa de alquiler de servicios de capital, r_t^H, es igual a la suma de la productividad marginal del capital con los costos marginales reales:

$$r_t^H = y_t - u_t - k_{t-1} + mc_t \tag{A.36}$$

donde u_t representa el grado de utilización del capital. Asimismo, la oferta de capital esta determinada por inversión de cada periodo, inv_t, más la acumulación proveniente de periodos anteriores neta de depreciación:

$$k_t = \delta inv_t + (1 - \delta) k_{t-1} \tag{A.37}$$

donde δ es la tasa de depreciación. En este mercado se determina el precio del capital y el costo de rentar capital, que es parte de los costos marginales de las firmas y que por lo tanto afecta la dinámica de la inflación. Los empresarios, que son los dueños del capital, arriendan una fracción de este factor de producción de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$u_t = \psi_U r_t^H \tag{A.38}$$

donde $\psi_U = \Psi' (\overline{u}) / \Psi'' (\overline{u})$ es la inversa de elasticidad del costo marginal de usar capital. Así, las empresas utilizan más intensivamente el capital cuando la tasa de alquiler es más alta. Como muestra la ecuación (A.38), el grado de utilización se determina óptimamente de tal forma que se minimicen los costos de depreciación que la mayor utilización del capital genera.

Los empresarios a su vez invierten en capital hasta el punto en el que el retorno esperado

del capital iguale su costo, tal como muestra la siguiente ecuación:

$$E_t r_{t+1}^K = rp_t + \left(1 - \delta^{DF}\right)(i_t - E_t \pi_{t+1}) + \delta^{DF}\left(i_t^* + E_t \Delta s_{t+1} - E_t \pi_{t+1}\right) \qquad \text{(A.39)}$$

donde $E_t r_{t+1}^K$ es el retorno esperado del capital, rp_t es la prima por riesgo que pagan los empresarios y δ^{DF} es el grado de dolarización financiera. El retorno del capital, r_t^K, esta determinado por los ingresos generados por la renta del capital, r_t^H, más las ganancias de capital netas de depreciación, $\beta (1 - \delta) q_t - q_{t-1}$:

$$r_t^K = \beta \left[\overline{R}^H r_t^H + (1 - \delta) q_t\right] - q_{t-1} \qquad \text{(A.40)}$$

El costo de financiar capital, sin embargo, depende de las condiciones financieras de las empresas a través de la prima por riesgo, rp_t, que pagan las empresas al tomar préstamos. Esta prima por riesgo es mayor cuando aumenta su nivel de apalancamiento, el cual se incrementa a mayor nivel de deuda o a menor nivel de patrimonio neto de los empresarios, tal como muestra la siguiente ecuación:

$$rp_t = -\psi_\chi \left[n_t - d_t\right] \qquad \text{(A.41)}$$

donde $\psi_\chi = \frac{\overline{D/P}}{\overline{N}} \chi' \left(\frac{\overline{D/P}}{\overline{N}}\right) / \chi \left(\frac{\overline{D/P}}{\overline{N}}\right)$ es la elasticidad de la prima por riesgo y d_t es la deuda de las empresas. El balance de las empresas relaciona el patrimonio neto y la deuda con el valor del capital de las empresas:

$$n_t + (\phi_{KN} - 1) d_t = \phi_{KN} (q_t + k_t) \qquad \text{(A.42)}$$

donde ϕ_{KN} es el ratio de capital sobre patrimonio neto en estado estacionario. La relación entre la prima por riesgo y el grado de apalancamiento de las empresas genera un canal adicional de transmisión para los choques de política monetaria, conocido como el acelerador financiero. Este canal amplifica y hace más persistente los choques de política monetaria debido a que genera una correlación positiva entre la prima por riesgo y la tasa de interés que fija el banco central. Esta relación existe porque el valor del capital, que representa el activo de los empresarios, depende negativamente de la tasa de interés. Así, cuando la tasa de interés aumenta, el precio del capital disminuye, y con ello, el valor del activo de los empresarios. Este menor nivel de activos eleva el apalancamiento de las empresas

generando una mayor prima por riego, el mismo que incrementa el impacto del choque de política monetaria. La relación entre la prima por riesgo y el apalancamiento de las empresas no es sólo estática sino fundamentalmente dinámica. Tal como muestra la ecuación (A.43), cambios en la prima por riesgo afectan el patrimonio neto de las empresas a futuro al incrementar el costo de los pasivos de los empresarios. De esta manera, el impacto de la tasa de interés sobre la prima por riesgo afecta a ésta última variable por más de un periodo.

En el modelo el canal del acelerador financiero tiene un ingrediente adicional generado por la dolarización financiera. La existencia de una fracción de la deuda de las empresas en dólares hace que el tipo de cambio afecte también el grado de apalancamiento de las empresas y la prima por riesgo, induciendo un mayor costo de financiamiento para la acumulación del capital.

El impacto negativo de la depreciación real sobre el patrimonio de los empresarios será mayor cuando mayor sea el grado de dolarización de la deuda de los empresarios. La siguiente ecuación ilustra el efecto combinado de los dos factores mencionados anteriormente

$$n_t = \frac{(1-\upsilon)}{\beta} \left(\begin{array}{c} \phi_{KN} \left(r_t^K + q_{t-1} + k_{t-1} \right) - \left(\phi_{KN} - 1 \right) \left(rp_{t-1} + dp_{t-1} \right) \\ - \left[\left(1 - \delta^{FD} \right) \left(i_{t-1} - \pi_t \right) + \delta^{FD} \left(i_{t-1}^* + \Delta s_t - \pi_t \right) \right] \end{array} \right) \tag{A.43}$$

El patrimonio de los empresarios evoluciona de acuerdo con la rentabilidad de sus activos, medida por los ingresos generados por la renta del capital más las ganancias por valuación, y por el costo que generan sus pasivos. Estos últimos están determinados por las tasas de interés reales en soles y dólares y por variaciones en el tipo de cambio, $\Delta s_t - \pi_t$.

A.3 Sector Externo

Dos ecuaciones resumen la interacción de la economía con el sector externo, la ecuación de la balanza de pagos y la condición de paridad no cubierta de las tasas de interés. La ecuación de la balanza de pagos resume el intercambio de bienes, servicios y capital entre los agentes residentes y no residentes. En el modelo, esta ecuación se obtiene agregando las restricciones presupuestarias de las familias, los empresarios y el gobierno con los beneficios de las firmas. La representación log-lineal de la balanza de pagos se presenta en la siguiente

ecuación:

$$\phi_b \left(b_t^* - \beta^{-1} b_{t-1}^*\right) = t_t^{def} + y_t - \phi_{abs} abs_t + \phi_b/\beta \left\{i_{t-1}^* + \Delta s_t - \pi_t + \psi_b b_t^*\right\} + \phi_{rest} rest_t \tag{A.44}$$

donde ϕ_b y ϕ_{rest} son el valor en estado estacionario del ratio de la posición neta de activos y el resto de la cuenta corriente sobre el PBI, b_t^* es la posición neta de activos en términos de unidades de consumo y, $\psi_b \equiv \phi_b \Psi'_B \left(\bar{b}\right)$ es la elasticidad de la prima por riesgo externa.

Tres flujos son los más importantes en esta ecuación, los flujos de bienes producidos por el comercio exterior, que básicamente reflejan la diferencia entre el PBI y el nivel de absorción interna. El segundo flujo importante es de capitales, que en el modelo está determinado por el cambio en el nivel de pasivos externos netos. Finalmente, se tiene el flujo por el pago neto de factores, que comprenden pago de intereses y efectos valuación.

Adicionalmente, la variable $rest_t$ considera los costos de monitoreo de las empresas, el gasto por utilización del capital, los beneficios de las firmas importadoras el cambio en la demanda de dinero externo de las familias y el efecto de distinta denominación de la deuda:

$$\begin{aligned}\phi_{rest} rest_t = &-\frac{\overline{RP}}{\beta}\frac{(\phi_{KN}-1)}{Y}\left(rp_{t-1} + i_{t-1} - \pi_t + dp_{t-1}\right) \\ &+ \phi_K \left(k_{t-1} + \Psi'(u)\, u_t\right) - \phi_M lop_t + \phi_{M^*}\left(\Delta m_t^* - \Delta s_t + \pi_t\right) \\ &- \frac{1+\overline{RP}}{\beta}\frac{(\phi_{KN}-1)}{Y}\delta^{DF}\left(i_{t-1}^* + \Delta s_t - i_t\right)\end{aligned} \tag{A.45}$$

La otra ecuación que refleja el comportamiento del sector externo es la condición no cubierta de las tasas de interés. Esta condición se presenta a continuación, y determina la evolución del tipo de cambio nominal,

$$i_t - i_t^* = (1 - \lambda_{pdi})\, E_t \Delta s_{t+1} - \lambda_{pdi} \Delta s_t + prem_t \tag{A.46}$$

donde $prem_t = \psi_b b_t^* + pdi_t$, la prima de riesgo país depende del nivel real de pasivos externos netos y de un choque exógeno. De acuerdo con esta ecuación, el tipo de cambio se aprecia ya sea cuando la tasa de interés doméstica, i_t, aumenta, la tasa de interés en moneda extranjera se reduce, i_t^*, o cuando la prima por riesgo país disminuye. El parametro

λ_{pdi} mide el grado de suavizamiento del tipo de cambio.

Si resolvemos para s_t en la ecuación (A.46) e iteramos hacia adelante, obtenemos:

$$s_t = s_{t-1} - \frac{1}{\lambda_s} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1-\lambda_s}{\lambda_s} \right)^j \left[i_{t+j} - i^*_{t+j} - prem_{t+j} \right]$$

donde se puede observar que si el parámetro λ_{pdi} tiende a 1 el modelo se acerca bastante uno de tipo de cambio fijo. Por otro lado, cuando λ_{pdi} tiende a 0, como en el caso tradicional, el tipo de cambio esta definido por:

$$s_t = - \sum_{j=0}^{\infty} \left[i_{t+j} - i^*_{t+j} - prem_{t+j} \right]$$

que equivale a la suma del diferencial de tasa de interés presente y futuros. En este último caso, el tipo de cambio responde bastante a las expectativas sobre lo que vaya a pasar en el futuro. La calibración de un parámetro λ_{pdi} entre 0 y 1 suaviza las fluctuaciones del tipo de cambio consistentemente con intervención en el mercado cambiario.

Además, se asume que las variables externas, como el producto, la tasa de interés nominal y la inflación (y^*_t, i^*_t y π^*_t, respectivamente) los siguientes procesos autorregresivos consistentes con las estimaciones de la sección 4.1 (tabla 1)

$$y^*_t = \rho^1_{y^*} y^*_{t-1} + \rho^2_{y^*} y^*_{t-2} + \epsilon^{y^*}_t \quad (A.47)$$

$$i^*_t = \rho^1_{i^*} i^*_{t-1} + \rho^2_{i^*} i^*_{t-2} + \epsilon^{i^*}_t \quad (A.48)$$

$$\pi^*_t = \rho_{\pi^*} \pi^*_{t-1} + \epsilon^{\pi^*}_t \quad (A.49)$$

A.4 La Regla de Política Monetaria

El banco central implementa su política monetaria mediante el control de la tasa de interés de corto plazo. Para fijar esta tasa se asume que el banco central inyecta la cantidad de dinero suficiente en la economía de tal forma que la tasa de interés de equilibrio sea la tasa establecida por el banco central. La regla de política monetaria toma la siguiente forma,

$$i_t = \varphi_i i_{t-1} + (1-\varphi_i) \left[\varphi_\pi \pi_t + \varphi_s \Delta s_t + \varphi_y (y_t - y_{t-1}) \right] + mon_t \quad (A.50)$$

donde, $\varphi_i>0$, $\varphi_\pi>1$, $\varphi_s>0$ y $\varphi_y>0$. La regla contiene varios elementos que son importantes de destacar. Primero, el banco central reacciona aumentado su tasa de interés cuando la tasa de inflación es superior a la meta del banco central. Segundo, el incremento de la tasa de interés frente a los desvíos en la inflación es más que proporcional al aumento de la inflación, medido por el parámetro $\varphi_\pi>1$, de esta manera se asegura que el banco central genere incrementos en la tasa de interés real, y por lo tanto, induzca a un menor nivel de actividad económica y menores presiones inflacionarias. Tercero, los movimientos de la tasa de interés son persistentes, lo cual se mide por el parámetro $\varphi_i>0$. La evidencia empírica muestra que esta es una característica de la política monetaria de muchos países. Existen varias hipótesis que explican este comportamiento del banco central, una de ellas, propuesta por Rotemberg y Woodford (1997), atribuye este comportamiento del Banco Central a su deseo de afectar las expectativas futuras de inflación. Otras hipótesis se basan en la existencia de costos en el proceso de toma de decisiones del directorio del banco central cuando existe heterogeneidad en las preferencias o información de los miembros del comité de políticas monetarias[43].

Un aspecto importante de la regla considerada en el modelo es que contempla la posibilidad de que el banco central reaccione sistemáticamente a variaciones en el tipo de cambio. Este comportamiento del banco central es racional en economías abiertas donde existe dolarización de precios[44]. Si las empresas fijan precios en dólares y estos son rigidos, fluctuaciones en el tipo de cambio generan cambios en precios relativos que no son eficientes, y por lo tanto, afectan la asignación de recursos. En este caso, el banco central puede contribuir a incrementar el bienestar de la sociedad reduciendo la volatilidad del tipo de cambio.

[43]Montoro (2007) en un modelo con Comités de Política Monetaria, racionaliza la existencia de costos en el ajuste de la tasa de interés de política monetaria.

[44]Ver Castillo (2007)

B Derivaciones del MODELO

B.1 Estado Estacionario

Se utiliza la notación de variables sin sub-índices de tiempo para nombrar a las variables en estado estacionario. Dado que todas las variables son estacionarias, de la ecuación de Euler se obtiene la tasa de interés nominal en estado estacionario:

$$(1+i) = \beta^{-1} \tag{B.1}$$

Similarmente, bajo el supuesto de que las fricciones en los mercados financieros externos son nulas en estado estacionario, se tiene que $\Psi_B\left(SB^*/P\right) = 1$. A su vez, la ecuación (3.11) implica que en estado estacionario el tipo de cambio es constante. De la curva de Phillips en el sector doméstico se obtiene que:

$$MC = \frac{1}{\mu} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \tag{B.2}$$

De las ecuaciones (3.49) y (3.50) se tiene

$$(1+i) = R^K = \beta^{-1} \tag{B.3}$$

$$R^H = \beta^{-1} - (1-\delta) + \Psi_U\left(u\right) \tag{B.4}$$

donde el valor en estado estacionario del costo de ajustar la utilización de capital $(\Psi_U\left(u\right))$ se asume como dado. Usando la ecuación de ley de movimiento del capital, (3.68), y el supuesto de que $\Psi_I\left(1\right) = 0$, se obtiene:

$$INV = \delta K \tag{B.5}$$

De la ecuación de la demanda de capital, (3.67), se obtiene el ratio capital-producto:

$$\frac{K}{Y} = \alpha \frac{MC}{R^H}$$

después de reemplazar los valores de estado estacionario de MC y R^H, la ecuación anterior se puede re-escribir como[45]:

$$\phi_K \equiv \frac{K}{Y} = \frac{1}{\mu} \frac{\alpha}{\beta^{-1} - (1-\delta) + \Psi_U(u)} \tag{B.6}$$

Reemplazando la ecuación (B.6) en la ecuación (B.5), se obtiene el ratio de inversión sobre el PBI:

$$\phi_{INV} \equiv \frac{INV}{Y} = \frac{1}{\mu} \frac{\alpha\delta}{\beta^{-1} - (1-\delta) + \Psi_U(u)} \tag{B.7}$$

Se consideran como dados el ratio de activos externos netos sobre producto y el ratio de gasto público sobre producto:

$$\frac{SB^*/P}{Y} \equiv \phi_B \tag{B.8}$$

$$\frac{G}{Y} \equiv \phi_G \tag{B.9}$$

De la restricción agregada de recursos, el ratio de exportaciones netas viene dado por:

$$\phi_{NX} \equiv \frac{NX}{Y} = -\phi_B(1-\beta) - \phi_{rest} \tag{B.10}$$

a su vez el ratio de absorción interna / PBI es:

$$\phi_{ABS} \equiv \frac{ABS}{Y} = 1 - \phi_{NX} \tag{B.11}$$

y el ratio consumo producto:

$$\phi_C \equiv \frac{C}{Y} = \phi_{ABS} - \phi_{INV} - \phi_G \tag{B.12}$$

Por otro lado, el ratio de importaciones respecto al producto es:

$$\phi_M \equiv \frac{Y^M}{Y} = (1-\gamma)\phi_{ABS} \tag{B.13}$$

Además, se considera como dado el ratio entre capital y riqueza neta:

$$\frac{K}{N} \equiv \phi_{KN} \tag{B.14}$$

[45] Se calibran los niveles de productividad doméstica y externa para que los precios relativos sean igual a uno en estado estacionario. Es decir, $RER = T^M = T^H = T^X = 1$.

Entonces, el ratio de deuda sobre riqueza neta viene dado por:

$$\frac{D}{N} = \phi_{KN} - 1 \tag{B.15}$$

El consumo de los empresarios y de las familias en términos del producto es:

$$\phi_{C^{emp}} \equiv \frac{C^{emp}}{Y} = \frac{v}{1-v}\frac{N}{K}\frac{K}{Y} = \frac{v}{1-v}\frac{\phi_K}{\phi_{KN}} \tag{B.16}$$

$$\phi_{C^{fam}} \equiv \frac{C^{fam}}{Y} = \phi_C - \phi_{C^{emp}} \tag{B.17}$$

El estado estacionario del resto de variables son función de estos ratios. Los cálculos son directos y pueden ser solicitados a los autores.

B.2 Derivación de la Canasta Optima de Consumo

B.2.1 Derivación de las Canastas C_t^H y C_t^M

El problema del consumidor es elegir la canasta de consumo C_t^H y C_t^M que minimice el gasto en estos bienes, dados los precios P_t^H y P_t^M, sujeto al índice del consumo de C_t :

$$\begin{aligned} \min P_t C_t &= P_t^H C_t^H + P_t^M C_t^M \\ \text{sujeto a} &: \quad C_t \equiv \left[(\gamma)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^H\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} + (1-\gamma)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^M\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} \right]^{\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H - 1}} \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$\mathcal{L} = P_t C_t - \lambda_C \left\{ C_t - \left[\left(\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^H\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} + \left(1-\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^M\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} \right]^{\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H - 1}} \right\}$$

donde λ_C es el multiplicador lagrangeano de este problema. Las condiciones de primer orden son

respecto al consumo doméstico (C_t^H):

$$P_t^H = \lambda_C \left(C_t\right)^{1/\varepsilon_H} \left(\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^H\right)^{-1/\varepsilon_H} \tag{B.18}$$

respecto al consumo importado (C_t^M):

$$P_t^M = \lambda_C \left(C_t\right)^{1/\varepsilon_H} \left(1-\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^M\right)^{-1/\varepsilon_H} \tag{B.19}$$

y respecto al consumo total (C_t):

$$P_t = \lambda_C \tag{B.20}$$

Se reemplaza λ_C y se resuelve para C_t^H y C_t^M :

$$C_t^H = \gamma^H \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t \tag{B.21}$$

$$C_t^M = \left(1-\gamma^H\right) \left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t \tag{B.22}$$

También, se reemplazan la funciones de demanda en el índice de consumo y se obtiene el índice de precios al consumidor:

$$P_t \equiv \left[\gamma^H \left(P_t^H\right)^{1-\varepsilon_H} + \left(1-\gamma^H\right) \left(P_t^M\right)^{1-\varepsilon_H}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_H}} \tag{B.23}$$

la misma que es la ecuación (3.6) del texto principal.

B.2.2 Derivación de las Canastas de $C_t^H(z)$ y $C_t^M(z)$ (ecuaciones 3.4 y 3.5 en el texto principal)

El problema del consumidor es elegir la canasta de los bienes $C_t^H(z)$ para $z \in [0, n]$ tal que minimice el gasto en estos bienes, dados los precios $P_t^H(z)$, sujeto al índice del consumo C_t^H :

$$\begin{aligned} \min P_t^H C_t^H &= \int_0^n P_t^H(z)\, C_t^H(z) dz \\ \text{sujeto a} \quad &: \quad C_t^H \equiv \left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t^H(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$\mathcal{L} = P_t^H C_t^H - \lambda_{C^H} \left\{ C_t^H - \left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t^H(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \right\}$$

donde λ_{C^H} es el multiplicador lagrangeano de este problema. Las condiciones de primer orden son, respecto a cada bien $C_t^H(z)$:

$$P_t^H(z) = \lambda_{C^H} \left(C_t^H\right)^{1/\varepsilon} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/\varepsilon} \left(C_t^H(z)\right)^{-1/\varepsilon} \tag{B.24}$$

Asimismo, la condición de primer orden respecto al índice de consumo de bienes domésticos (C_t^H):

$$P_t^H = \lambda_{C^H} \tag{B.25}$$

Se reemplaza λ_{C^H} en (B.24) y se resuelve para $C_t^H(z)$:

$$C_t^H(z) = \frac{1}{n} \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} C_t^H \tag{B.26}$$

Se reemplaza (B.26) en el índice de consumo C_t^H para obtener el índice de precios de bienes domésticos (ecuación 3.7 del texto principal):

$$P_t^H = \left[\left(\frac{1}{n}\right) \int_0^n \left(P_t^H(z)\right)^{1-\varepsilon} dz\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{B.27}$$

Se resuelve un problema similar para $C_t^M(z)$, y se obtiene la función de demanda de $C_t^M(z)$:

$$C_t^M(z) = \frac{1}{1-n} \left(\frac{P_t^M(z)}{P_t^M}\right)^{-\varepsilon} C_t^M \tag{B.28}$$

y el índice de precios a la importación:

$$P_t^M = \left[\left(\frac{1}{1-n}\right) \int_n^1 \left(P_t^M(z)\right)^{1-\varepsilon} dz\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{B.29}$$

Reemplazando (B.26) y (B.28) en (B.21) y (B.22), respectivamente, se obtienen las ecuaciones (3.4) y (3.5) del texto principal:

$$C_t^H(z) = \frac{1}{n}\gamma^H \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t \tag{B.30}$$

$$C_t^M(z) = \frac{1}{1-n}\left(1-\gamma^H\right) \left(\frac{P_t^M(z)}{P_t^M}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t \tag{B.31}$$

B.3 Derivación de las Condiciones de Primer Orden de los Individuos

El problema del consumidor es maximizar la utilidad

$$\max E_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U \left(C_{t+s}^j, C_{t+s-1}^{fam}, Z_{t+s}^j, L_{t+s}^j, \xi_{t+s} \right) \right]$$

sujeto a la restricción presupuestaria de los individuos:

$$\begin{aligned} & B_t^j + S_t B_t^{j*} + M_t^j \\ = \; & (1+i_{t-1}) B_{t-1}^j + \left(1+i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) S_t B_{t-1}^{j*} + W_t L_t^j - P_t C_t^j + P_t \Gamma_t^j + M_{t-1}^j + T_t^j \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$E_t \left[\begin{array}{c} \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U_{t+s} \\ -\lambda_{U,t+s} \left(\begin{array}{c} \frac{B_{t+s}^j}{P_{t+s}} + \frac{S_{t+s} B_{t+s}^{j*}}{P_{t+s}} + \frac{M_{t+s}^j}{P_{t+s}} - \frac{(1+i_{t+s-1}) B_{t+s-1}^j}{P_{t+s}} \\ -\left(1+i_{t+s-1}^*\right) \Psi_B \left(\frac{S_{t+s-1} B_{t+s-1}^*}{P_{t+s-1}} \right) \frac{S_{t+s} B_{t+s-1}^{j*}}{P_{t+s}} - \frac{W_{t+s}}{P_{t+s}} L_{t+s}^j \\ +C_{t+s}^j - \Gamma_{t+s}^j - \frac{M_{t+s-1}^j}{P_{t+s}} - \frac{T_{t+s}^j}{P_{t+s}} \end{array} \right) \end{array} \right]$$

donde $\lambda_{U,t+s}$ es el multiplicador lagrangeano correspondiente a la restricción presupuestaria en el periodo $t+s$. Las condiciones de primer orden en el periodo t son

respecto al consumo (C_t^j):

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = \lambda_t \tag{B.32}$$

al trabajo (L_t^j):

$$-\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial L_t^j} = \lambda_t \frac{W_t}{P_t} \tag{B.33}$$

a los bonos domésticos $\left(B_t^j\right)$:

$$\frac{\lambda_t}{P_t} = E_t \left(\frac{(1+i_t)}{P_{t+1}} \lambda_{t+1} \right) \tag{B.34}$$

a los bonos externos $\left(B_t^{j*}\right)$:

$$\frac{S_t \lambda_t}{P_t} = E_t \left((1+i_t^*) \Psi_B \left(\frac{S_t B_t^*}{P_t} \right) \frac{S_{t+1}}{P_{t+1}} \lambda_{t+1} \right) \tag{B.35}$$

y a los saldos monetarios $\left(M_t^j\right)$:

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial M_t^j/P_t} \frac{1}{P_t} = \frac{\lambda_t}{P_t} - E_t \frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}} \tag{B.36}$$

Se reemplaza la ecuación (B.32) evaluada en t y en $t+1$ en (B.34) y se obtiene la ecuación de Euler:

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = \left(1+i_t\right) E_t \left(\frac{1}{P_{t+1}/P_t} \frac{\partial U_{t+1}^j}{\partial C_{t+1}^j} \right) \tag{B.37}$$

Similarmente, se reemplaza (B.32) en (B.35)

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = \left(1+i_t^*\right) \Psi_B \left(\frac{S_t B_t^*}{P_t} \right) E_t \left(\frac{S_{t+1}/S_t}{P_{t+1}/P_t} \frac{\partial U_{t+1}^j}{\partial C_{t+1}^j} \right) \tag{B.38}$$

Las ecuaciones (B.37) y (B.38) sirven para derivar la paridad descubierta de tasas de interés (ecuación 3.11 del texto principal).

Se reemplaza la ecuación (B.32) en (B.33) y se obtiene la ecuación de la oferta de trabajo, la misma que iguala la tasa marginal de sustitución entre consumo y trabajo con el salario real:

$$-\frac{\frac{\partial U_t^j}{\partial L_t^j}}{\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j}} = MRS_t = \frac{W_t}{P_t} \tag{B.39}$$

Se reemplazan las ecuaciones (B.34) y (B.32) en (B.36) y se obtiene la condición de la demanda de dinero:

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial M_t^j/P_t} = \left(\frac{i_t}{1+i_t} \right) \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \tag{B.40}$$

B.4 Solución del Problema de las Firmas Productoras de Bienes Intermedios

Existe una masa 1 de firmas que produce bajo competencia perfecta n bienes indexados por z. Estas firmas alquilan capital de los empresarios y trabajo de los individuos a los precios en términos de unidades de consumo R_t^H y $\frac{W_t}{P_t}$, respectivamente. El problema de la firma que produce el bien z es elegir $\widetilde{K_{t-1}}\left(z\right)$ y $L_t\left(z\right)$ tal que minimice el gasto alquiler

de factores de producción sujeto a su restricción de tecnología:

$$\begin{aligned} &\min R_t^H \widetilde{K_{t-1}}(z) + \frac{W_t}{P_t} L_t(z) \\ \text{sujeto a } &: \; Y_t^{int}(z) = A_t \left(\widetilde{K_{t-1}}(z)\right)^{\alpha} L_t(z)^{1-\alpha} \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$\mathcal{L} = R_t^H \widetilde{K_{t-1}}(z) + \frac{W_t}{P_t} L_t(z) + \frac{W_t}{P_t} L_t(z) + \lambda_{int}\left(Y_t^{int}(z) - A_t \left(\widetilde{K_{t-1}}(z)\right)^{\alpha} L_t(z)^{1-\alpha}\right)$$

donde λ_{int} es el multiplicador lagrangeano. La condición de primer orden respecto a los servicios de capital es $(\widetilde{K_{t-1}}(z))$:

$$R_t^H = \lambda_{int} \alpha \frac{Y_t^{int}(z)}{\widetilde{K_{t-1}}(z)} \tag{B.41}$$

y respecto al trabajo $(L_t(z))$:

$$\frac{W_t}{P_t} = \lambda_{int}(1-\alpha) \frac{Y_t^{int}(z)}{L_t(z)} \tag{B.42}$$

Además, la derivada del lagrangeano respecto a la producción es igual al costo marginal:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_t^{int}(z)} = \lambda_{int} = MC_t(z) \tag{B.43}$$

el cual, por el supuesto de competencia perfecta, es igual al precio del bien z en términos de unidades de consumo:

$$MC_t(z) = \frac{P_t^{int}(z)}{P_t} \tag{B.44}$$

Se reemplazan $\widetilde{K_{t-1}}(z)$ y $L_t(z)$ de las ecuaciones (B.41) y (B.42) en la función de producción y se resuelve por el costo marginal:

$$\lambda_{int} = MC_t(z) = \frac{1}{A_t}\left(\frac{R_t^H}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{W_t/P_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \tag{B.45}$$

Dado que todas las firmas que producen cada bien z tienen la misma tecnología de retornos a escala constantes, el costo marginal de todas las firmas productoras de bienes intermedios es el mismo, esto es: $MC_t(z) = MC_t$ para cada z.

Luego, se reemplaza (B.45) en (B.41) y (B.42) y se obtiene la demanda de cada factor de producción:

$$\widetilde{K_{t-1}}(z) = \alpha \left(\frac{MC_t}{R_t^H} \right) Y_t^{int}(z) \tag{B.46}$$

$$L_t(z) = (1-\alpha) \left(\frac{MC_t}{W_t/P_t} \right) Y_t^{int}(z) \tag{B.47}$$

las mismas que corresponden a las ecuaciones (3.29) y (3.30) del texto principal.

B.5 Solución del Problema de las Firmas Productoras de Bienes Finales

La condición de primer orden del problema de las firmas producturas de bienes finales es la siguiente:

$$E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta^H\right)^k \Lambda_{t+k} \left(\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H} \Upsilon_{t,t+k}^H - \mu MC_{t+k}^H \right) \left(\Upsilon_{t,t+k}^H \right)^{-\varepsilon} Y_{t+k}^H \right\} = 0 \tag{B.48}$$

donde $\mu \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$, $\Upsilon_{t,t+k}^H \equiv \left(F_{t,t+k}^H\right)^{1-\lambda_\pi} \left(\frac{\Pi_t^H}{\Pi_{t+k}^H}\right)^{\lambda_\pi}$, $F_{t,t+k}^H \equiv \frac{P_t^H}{P_{t+k}^H}$. Siguiendo a Benigno y Woodford (2004), la anterior condición de primer orden puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, V_t^D y V_t^N, las mismas que se relacionan de la siguiente manera:

$$\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H} = \frac{V_t^N}{V_t^D} \tag{B.49}$$

donde

$$V_t^N = E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \mu \left(\theta^H \beta\right)^k \left(\Upsilon_{t,t+k}^H \right)^{-\varepsilon} Y_{t+k}^H U_{C,t+k} MC_{t+k}^H \right\} \tag{B.50}$$

$$V_t^D = E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta^H \beta\right)^k \left(\Upsilon_{t,t+k}^H \right)^{1-\varepsilon} Y_{t+k}^H U_{C,t+k} \right\} \tag{B.51}$$

notar que V_t^D y V_t^N pueden ser expandidos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V_t^N &= \mu Y_t^H U_{C,t} MC_t^H \\ &+ \left(\theta^H \beta\right) E_t \left\{ \left(\Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon} \sum_{k=0}^{\infty} \mu \left(\theta^H \beta\right)^k \left(\Upsilon_{t+1,t+1+k}^H\right)^{-\varepsilon} Y_{t+1+k}^H U_{C,t+1+k} MC_{t+1+k}^H \right\} \end{aligned} \quad \text{(B.52)}$$

$$\begin{aligned} V_t^D &= Y_t^H U_{C,t} \\ &+ \left(\theta^H \beta\right) E_t \left\{ \left(\Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\theta^H \beta\right)^k \left(\Upsilon_{t+1,t+1+k}^H\right)^{1-\varepsilon} Y_{t+1+k}^H U_{C,t+1+k} \right\} \end{aligned} \quad \text{(B.53)}$$

donde se ha utilizado la definición de $\Upsilon_{t,t+k}^H$. Dados (B.50) y (B.51), V_t^D y V_t^N pueden ser expresados recursivamente de la siguiente forma:

$$V_t^N = \mu U_{C,t} Y_t^H MC_t^H + \theta^H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^N \left(\Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon} \right\} \quad \text{(B.54)}$$

$$V_t^D = U_{C,t} Y_t^H + \theta^H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^D \left(\Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon-1} \right\} \quad \text{(B.55)}$$

Asimismo, dado que en cada periodo t sólo una fracción $\left(1-\theta^H\right)$ de firmas cambian sus precios, y el resto de firmas cambian sus precios, y el resto de firmas actualizan sus precios en función a la tasa de inflación pasada, la tasa bruta de inflación doméstica está determinada por la siguiente condición:

$$\theta^H \left[\Pi_t^H \left(\Pi_{t-1}^H\right)^{-\lambda_\pi} \right]^{\varepsilon-1} = 1 - \left(1-\theta^H\right) \left(\frac{V_t^N}{V_t^D} \right)^{1-\varepsilon} \quad \text{(B.56)}$$

Las ecuaciones (B.54), (B.55) y (B.56) determinan la ecuación de oferta agregada de la producción doméstica.

B.6 Solución del Problema de las Firmas Productoras de Bienes de Capital sin Terminar

Existe una masa 1 de firmas de índice z_K que operan en un entorno de competencia perfecta. Estas firmas producen capital nuevo sin terminar utilizando bienes de inversión. Compran bienes de inversión a los productores de bienes finales y venden el capital sin terminar a los empresarios al precio Q_t. El problema de estas firmas es maximizar el valor presente

de sus beneficios:

$$\max E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_{t+k} \left[Q_{t+k} F \left(INV_t \left(z_K \right), INV_{t-1} \left(z_K \right) \right) - INV_t \left(z_K \right) \right] \right\} \tag{B.57}$$

donde $F()$ es la función de producción del capital nuevo.

La condición de primero orden del problema es:

$$Q_t F_{1,t} + E_t \Lambda_{t+1} Q_{t+1} F_{2,t+1} = 1 \tag{B.58}$$

donde $F_{j,t}$ es la derivada parcial de la función de producción del periodo t respecto al termino $j = \{1, 2\}$.

B.7 Restricción agregada de recursos de la economía

Agregación y Gobierno

Se agrega la restricción presupuestaria de los individuos (ecuación 3.8):

$$\begin{aligned} & B_t + S_t B_t^* + M_t - (1 + i_{t-1}) B_{t-1} - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) S_t B_{t-1}^* \\ = & \; W_t L_t - P_t C_t^{fam} + P_t \Gamma_t + M_{t-1} + T_t \end{aligned} \tag{B.59}$$

de esta forma se eliminan los super-índices j de la ecuación. Se reemplaza la restricción presupuestaria del gobierno (ecuación 3.56):

$$\begin{aligned} & B_t + S_t B_t^* - (1 + i_{t-1}) B_{t-1} - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) S_t B_{t-1}^* \\ = & \; W_t L_t - P_t C_t^{fam} + P_t \Gamma_t - P_t G_t \end{aligned} \tag{B.60}$$

así se eliminan las transferencias y los saldos monetarios y se incluye el gasto de gobierno en la restricción.

Beneficios de las Firmas

Los beneficios agregados son la suma de los beneficios de los productores de bienes finales, los exportadores y los importadores:

$$P_t \Gamma_t = P_t^H \Gamma_t^H + S_t P_t^X \Gamma_t^X + P_t^M \Gamma_t^M \tag{B.61}$$

Los beneficios de los productores de bienes finales son:

$$P_t^H \Gamma_t^H = \int_0^n \left(P_t^H(z) - MC_t^H P_t^H\right) Y_t^H(z) \qquad \text{(B.62)}$$

después de utilizar la definición del índice de precios de la producción doméstica y de la dispersión de precios, la ecuación (B.62) se escribe como:

$$P_t^H \Gamma_t^H = P_t^H \left(1 - MC_t^H \Delta_t^H\right) Y_t^H \qquad \text{(B.63)}$$

Similarmente, los beneficios de los exportadores y de los importadores son:

$$S_t P_t^X \Gamma_t^X = S_t P_t^X \left(1 - MC_t^X \Delta_t^X\right) Y_t^X \qquad \text{(B.64)}$$

$$P_t^M \Gamma_t^M = P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M \qquad \text{(B.65)}$$

Utilizando la ecuación de la suma total de la producción doméstica (3.61), los beneficios totales son:

$$P_t \Gamma_t = P_t^{def} Y_t - P_t MC_t \left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right) + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M \qquad \text{(B.66)}$$

Utilizando las demandas agregadas por servicios de capital y trabajo (ecuaciones 3.66 y 3.67), los costos totales de las firmas productoras de bienes finales son:

$$MC_t \left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right) = R_t^H u_t K_{t-1} + \frac{W_t}{P_t} L_t \qquad \text{(B.67)}$$

donde se ha reemplazado la definición del capital alquilado por los empresarios $\widetilde{K_{t-1}} = u_t K_{t-1}$. Se reemplaza (B.67) en (B.66) y se obtiene:

$$P_t \Gamma_t = P_t^{def} Y_t - P_t R_t^H u_t K_{t-1} - W_t L_t + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M \qquad \text{(B.68)}$$

Luego, se reemplazan los beneficios totales (ecuación B.68) en la ecuación (B.60) y se obtiene:

$$B_t + S_t B_t^* - (1 + i_t) B_{t-1} - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^* \qquad \text{(B.69)}$$

$$= P_t^{def} Y_t - P_t C_t^{fam} - P_t G_t - P_t R_t^H u_t K_{t-1} + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M$$

Empresarios

Utilizando la definición del retorno de invertir en capital (ecuación 3.50):

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t) - (1-\delta) Q_t\right) K_{t-1} \tag{B.70}$$

El stock total de capital terminado (ecuación 3.68) es igual a:

$$K_t = F(INV_t, INV_{t-1}) + (1-\delta) K_{t-1} \tag{B.71}$$

Reemplazamos K_{t-1} de la ecuación (B.71) en el último término de la ecuación (B.70):

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t)\right) K_{t-1} - Q_t \left(K_t - F(INV_t, INV_{t-1})\right) \tag{B.72}$$

Los beneficios de los productores de capital sin terminar son: $Q_t F(INV_t, INV_{t-1}) - INV_t$, debido a que dichas empresas operan bajo competencia perfecta, sus beneficios son cero en equilibrio. Reemplazando esta condición en (B.72) se obtiene:

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t)\right) K_{t-1} - Q_t K_t + INV_t \tag{B.73}$$

Se reemplaza $Q_t K_t$ de la definición del balance de las empresas (ecuación 3.47) en (B.73):

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t)\right) K_{t-1} - N_t - \frac{D_t}{P_t} + INV_t \tag{B.74}$$

De la ecuación de la evolución del patrimonio neto y del consumo de los empresario (ecuaciones 3.53 y 3.54):

$$N_t = V_t - C_t^{emp} \tag{B.75}$$

De la ecuación de V_t (ecuación 3.63) se obtiene:

$$Q_{t-1} R_t^K K_{t-1} = V_t + (1 + RP_{t-1}) \left(\frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t}\right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{B.76}$$

Reemplazando (B.75) y (B.76) en (B.74):

$$\begin{aligned} R_t^H u_t K_{t-1} &= (1 + RP_{t-1}) \left(\frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t}\right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{D_t}{P_t} + C_t^{emp} + INV_t \\ &\quad + \Psi_U(u_t) K_{t-1} \end{aligned} \tag{B.77}$$

Se reemplaza $R_t^H u_t K_{t-1}$ de la ecuación (B.77) en (B.69) y se considera la condición de equilibrio del mercado de deuda doméstica: $B_t = D_t$.

$$\begin{aligned} & S_t B_t^* - \left(1+i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^* \\ = \;& P_t^{def} Y_t - P_t \left(C_t^{fam} + C_t^{emp} + G_t + INV_t\right) \\ & + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M - P_t \Psi_U \left(u_t\right) K_{t-1} - RP_{t-1} \left(1+i_{t-1}\right) D_{t-1} \end{aligned} \tag{B.78}$$

Balanza de Pagos

Se utiliza la definición de absorción interna (ecuación 3.57) y la del consumo total (ecuación 3.58). Después de dividir entre P_t, la balanza de pagos de la economía está dada por:

$$\begin{aligned} \frac{S_t B_t^*}{P_t} - \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} = \;& \frac{P_t^{def}}{P_t} Y_t - ABS_t \\ & + \left\{ \frac{\left(1+i_{t-1}^*\right) S_t / S_{t-1}}{\Pi_t} \Psi_B \left(\frac{B_{t-1}^* S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) - 1 \right\} \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} + REST_t \end{aligned} \tag{B.79}$$

Donde se ha definido la variable $REST_t$ como:

$$REST_t = \frac{P_t^M}{P_t} \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M - \Psi_U \left(u_t\right) K_{t-1} - RP_{t-1} \left(\frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{B.80}$$

que equivale a la ecuación en el texto principal. Cabe mencionar que si incluimos los tres tipos de dolarización en el modelo, la variable $REST_t$ se re-escribiría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} REST_t = \;& \frac{P_t^M}{P_t} \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M - \Psi_U \left(u_t\right) K_{t-1} - RP_{t-1} \left(\frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \\ & - \frac{S_t}{P_t} \left(M_t^* - M_{t-1}^*\right) + \left(1 + RP_{t-1}\right) \left(\frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \left[1 - \left(\frac{1+i_{t-1}^*}{1+i_{t-1}} \frac{S_t}{S_{t-1}} \right)^{\delta^{DF}} \right] \end{aligned} \tag{B.81}$$

a la cual se le han añadido dos términos, el primero relacionado a la demanda de moneda extranjera de los consumidores y el segundo asociado a un efecto por la distinta denominación de las deudas de las familias (sólo en soles) y de las empresas (tanto en soles como

en dólares).

B.8 Derivación de algunas Ecuaciones en forma Log-lineal

B.8.1 La Utilidad Marginal del Consumo con Dinero en Dos Monedas

Considerando el agregado monetario que afecta la función de utilidad (ecuación 3.71):

$$Z_t^j = \left(\frac{M_t^{S,j}}{P_t}\right)^{1-\delta^{DT}} \left(\frac{M_t^{D,j} S_t}{P_t}\right)^{\delta^{DT}} \tag{B.82}$$

La condición de primer orden con respecto al saldo de dinero en soles:

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \left(1-\delta^{DT}\right) \frac{Z_t^j}{M_t^{S,j}/P_t} \frac{1}{P_t} = \frac{\lambda_t}{P_t} - E_t \frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}} \tag{B.83}$$

Similarmente, la condición de primer orden con respecto al saldo de dinero en dólares:

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \delta^{DT} \frac{Z_t^j}{S_t M_t^{D,j}/P_t} \frac{S_t}{P_t} = \frac{S_t \lambda_t}{P_t} - E_t \frac{S_{t+1}\lambda_{t+1}}{P_{t+1}} \tag{B.84}$$

Se reemplaza en (B.83) la condición de primer orden de los bonos domésticos (B.34)

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \left(1-\delta^{DT}\right) \frac{Z_t^j}{M_t^{S,j}/P_t} = \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \frac{i_t}{1+i_t} \tag{B.85}$$

y en (B.84) la condición de primer orden de los bonos externos (B.35):

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \delta^{DT} \frac{Z_t^j}{S_t M_t^{D,j}/P_t} = \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \left(\frac{\left(1+i_t^*\right)\Psi_B - 1}{\left(1+i_t^*\right)\Psi_B}\right) \tag{B.86}$$

Se reemplaza $(\frac{M_t^{S,j}}{P_t})$ y $(\frac{M_t^{D,j} S_t}{P_t})$ de las ecuaciones (B.85) y (B.86) en la definición de Z_t^j (ecuación B.82):

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} = \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \left(\frac{i_t}{1+i_t} / \left(1-\delta^{DT}\right)\right)^{1-\delta^{DT}} \left(\left(\frac{\left(1+i_t^*\right)\Psi_B - 1}{\left(1+i_t^*\right)\Psi_B}\right) / \delta^{DT}\right)^{\delta^{DT}} \tag{B.87}$$

Si se considera la siguiente función de utilidad no separable entre consumo y saldos monetarios (ecuación 3.1):

$$\xi_t \ln \left\{ \left[b \left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b) Z_t^{j\,\frac{\omega-1}{\omega}} \right]^{\frac{\omega}{\omega-1}} \right\} - \frac{\left(L_t^j \right)^{1+\eta}}{1+\eta} \tag{B.88}$$

Esta es la ecuación (3.72) en el texto principal. La utilidad marginal del consumo y de los saldos monetarios es, respectivamente:

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = \frac{\xi_t}{b\left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b)\left(Z_t^j \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}}} b\left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{-1}{\omega}} \tag{B.89}$$

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} = \frac{\xi_t}{b\left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b)\left(Z_t^j \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}}} (1-b)\left(Z_t^j \right)^{\frac{-1}{\omega}} \tag{B.90}$$

Se reemplaza $\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j}$ y $\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j}$ en (B.87) :

$$(1-b)\left(Z_t^j \right)^{\frac{-1}{\omega}} = b\left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{-1}{\omega}} AUX_t \tag{B.91}$$

donde se ha definido $AUX_t \equiv \left(\frac{i_t}{1+i_t} / \left(1-\delta^{DT}\right) \right)^{1-\delta^{DT}} \left(\left(\frac{(1+i_t^*)\Psi_B - 1}{(1+i_t^*)\Psi_B} \right) / \delta^{DT} \right)^{\delta^{DT}}$

Se resuelve para Z_t^j:

$$Z_t^j = \left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam} \right) \left(\frac{b}{1-b} AUX_t \right)^{-\omega} \tag{B.92}$$

Se reemplaza (B.92) en la utilidad marginal del consumo (ecuación B.89):

$$\frac{\partial U_t}{\partial C_t} = \xi_t \left(C_t^{fam} - hC_{t-1}^{fam} \right)^{-1} / \left(1 + \left(\frac{(1-b)}{b} \right)^{\omega} (AUX_t)^{1-\omega} \right) \tag{B.93}$$

donde se ha eliminado el super-índice j al considerar el consumo agregado de las familias. La log-linearización de la ecuación (B.93) es la siguiente:

$$\begin{aligned} u_{ct} = {} & -\left(\frac{1}{1-h} c_t^{fam} - \frac{h}{1-h} c_{t-1}^{fam} \right) + \xi_t \\ & - (1-\omega)\left(\frac{(1-b)}{b} \right)^{\omega} (AUX)^{1-\omega} / \left(1 + \left(\frac{(1-b)}{b} \right)^{\omega} (AUX)^{1-\omega} \right) aux_t \end{aligned} \tag{B.94}$$

donde $AUX = 1 - \beta$ es el valor en estado estacionario de AUX_t , cuya aproximación log-lineal es:

$$aux_t = -\beta\left(\left(1-\delta^{DT}\right)i_t + \delta^{DT}\left(i_t^* + \psi_b b_{t-1}\right)\right) \tag{B.95}$$

reemplazando aux_t en (B.94) y simplificando, se obtiene:

$$u_{ct} = -\left(\frac{1}{1-h}c_t^{fam} - \frac{h}{1-h}c_{t-1}^{fam}\right) + vm_t + \xi_t \tag{B.96}$$

donde

$$vm_t = -\Omega\left[\left(1-\delta^{DT}\right)i_t + \delta^{DT}i_t^*\right] \tag{B.97}$$

y

$$\Omega \equiv \beta\left(1-\omega\right)\left[\frac{\left(1-b\right)^{\omega}\left(1-\beta\right)^{1-\omega}}{b^{\omega} + \left(1-b\right)^{\omega}\left(1-\beta\right)^{1-\omega}}\right] \tag{B.98}$$

B.8.2 La Ecuación de la Inversión

La condición de primer orden los productores de capital sin terminar es:

$$Q_t F_{1,t} + E_t \Lambda_{t+1} Q_{t+1} F_{2,t+1} = 1 \tag{B.99}$$

donde $F_t = F\left(INV_t, INV_{t-1}\right), F_{1,t} = \partial F_t / INV_t, F_{2,t+1} = \partial F_{t+1}/INV_t$

La aproximación log-lineal de esta equación es:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[F_1 q_t + \left(F_{11} inv_t + F_{12} inv_{t-1}\right) INV\right] \\ &\quad + E_t \beta\left[F_2\left(\lambda_{t+1} + q_{t+1}\right) + \left(F_{21} inv_{t+1} + F_{22} inv_t\right) INV\right] \end{aligned} \tag{B.100}$$

La función $F\left(INV, INV_{-1}\right) = \left(1 - \Psi_I\left(INV/INV_{-1}\right)\right) INV$ tiene las siguientes derivadas:

$$\begin{aligned} F_1 &= -\Psi_I' \times \left(INV/INV_{-1}\right) + \left(1 - \Psi_I\right) \\ F_2 &= \Psi_I' \times \left(INV/INV_{-1}\right)^2 \\ F_{11} &= -\Psi_I'' \times \left(INV/INV_{-1}^2\right) - 2\Psi_I'/INV_{-1} \\ F_{12} &= \Psi_I'' \times \left(INV^2/INV_{-1}^3\right) + 2\Psi_I' \times \left(INV/INV_{-1}^2\right) \end{aligned}$$

Por el supuesto de $\Psi_I(1) = \Psi_I'(1) = 0$, estas derivadas al ser evaluadas en el estado

estacionario son iguales a:

$$
\begin{aligned}
F_1 &= 1 \\
F_2 &= 0 \\
F_{11} &= -\Psi_I''/INV \\
F_{12} &= \Psi_I''/INV \\
F_{22} &= -\Psi_I''/INV
\end{aligned}
$$

Se reemplazan estos valores en (B.100) y se obtiene la log-linearización simplificada de la ecuación de inversión:

$$q_t = \Psi_I'' \left[(inv_t - inv_{t-1}) - \beta \left(E_t inv_{t+1} - inv_t \right) \right] \tag{B.101}$$

B.8.3 La Curva de Phillips de los Productores Domésticos

La aproximación log-lineal de las ecuaciones (3.42), (3.40) y (3.41) es, respectivamente:

$$\pi_t^H - \lambda_{\pi^H} \pi_{t-1}^H = \frac{\left(1-\theta^H\right)}{\theta^H} \left(v^n{}_t - v^d{}_t \right) \tag{B.102}$$

$$v_t^n = \left(1-\theta^H \beta\right) \left(u_{c,t} + y_t^H + mc_t^H \right) + \theta^H \beta E_t \left[v_{t+1}^n + \varepsilon \left(\pi_{t+1}^H - \lambda_{\pi^H} \pi_t^H \right) \right] \tag{B.103}$$

$$v_t^d = \left(1-\theta^H \beta\right) \left(u_{c,t} + y_t^H \right) + \theta^H \beta E_t \left[v_{t+1}^d + (\varepsilon - 1) \left(\pi_{t+1}^H - \lambda_{\pi^H} \pi_t^H \right) \right] \tag{B.104}$$

Se restan ecuaciones $(B.103)$ y $(B.104)$:

$$v_t^n - v_t^d = \left(1-\theta^H \beta\right) mc_t^H + \theta^H \beta E_t \left[v_{t+1}^n - v_{t+1}^d + \left(\pi_{t+1}^H - \lambda_{\pi^H} \pi_t^H \right) \right] \tag{B.105}$$

Evaluando ecuación (B.102) un periodo en adelante, se resuelve para $v_{t+1}^n - v_{t+1}^d$

$$v_{t+1}^n - v_{t+1}^d = \frac{\theta^H}{1-\theta^H} \left(\pi_{t+1}^H - \lambda_{\pi^H} \pi_t^H \right) \tag{B.106}$$

Se reemplaza ecuación $(B.106)$ en $(B.105)$:

$$v_t^n - v_t^d = \left(1-\theta^H \beta\right) mc_t^H + \frac{\theta^H \beta}{1-\theta^H} E_t \left(\pi_{t+1}^H - \lambda_{\pi^H} \pi_t^H \right) \tag{B.107}$$

Reemplazando ecuación $(B.107)$ en $(B.102)$ se obtienen la curva de Phillips de los productores domésticos.

$$\pi_t - \lambda_{\pi^H} \pi_{t-1}^H = \kappa_H mc_t^H + \beta \left(E_t \pi_{t+1} - \lambda_{\pi^H} \pi_t^H \right) \tag{B.108}$$

donde $\kappa_H \equiv \frac{\left(1-\theta^H\right)}{\theta^H} \left(1 - \theta^H \beta\right)$. Análogamente se derivan las curvas de Phillips de los exportadores e importadores.